



## IDENTIFICACIÓN DE LA GUIA DE APRENDIZAJE TALLER DE REFUERZO

### COMPETENCIAS:

RAZONAR CUANTITATIVAMENTE FRENTE A SITUACIONES SUSCEPTIBLES DE SER ABORDADAS DE MANERA MATEMÁTICA EN CONTEXTOS LABORALES, SOCIALES Y PERSONALES.

### Resultados de aprendizaje

IDENTIFICAR SITUACIONES PROBLEMÁTICAS ASOCIADAS A SUS NECESIDADES DE CONTEXTO APLICANDO PROCEDIMIENTOS MATEMÁTICO

PLANTEAR PROBLEMAS ARITMÉTICOS, GEOMÉTRICOS Y MÉTRICOS DE ACUERDO CON LOS CONTEXTOS PRODUCTIVO Y SOCIAL

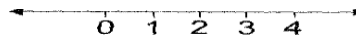
SOLUCIONAR PROBLEMAS DEL ENTORNO PRODUCTIVO Y SOCIAL APLICANDO PRINCIPIOS MATEMÁTICOS

VERIFICAR LOS RESULTADOS DE LOS PROCEDIMIENTOS MATEMÁTICOS CONFORME CON LOS REQUERIMIENTOS DE LOS DIFERENTES CONTEXTOS

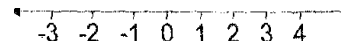
n

### CONJUNTOS NUMÉRICOS

1. *Números naturales* =  $\mathbf{N} = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, \dots\}$



2. *Números enteros* =  $\mathbf{Z} = \{\dots, -n, \dots, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \dots, n, \dots\}$



3. *Números racionales* =  $\mathbf{Q} = \{x / x = a/b / a, b \in \mathbf{Z} \wedge b \neq 0\}$  se lee “el conjunto de los racionales son los  $x$  tal que  $x$  es igual a “ $a$  sobre  $b$ ”  $a, b$  pertenecen a los números enteros y  $b$  es diferente de cero”. Un número racional es un número de la forma  $a/b$ , donde  $a$  y  $b$  son enteros y  $b$  no es cero.

*Ejemplo:*  $\frac{1}{2}, \frac{3}{4}, \frac{1}{8}, \frac{3}{8}, 8, -5, 6$

Observe que los números enteros también son racionales.

*Ejemplo:*  $7 = \frac{7}{1}$

Por otra parte los números racionales se caracterizan por tener un número de decimales exacto, o tiene decimales periódicos, es decir que un grupo de decimales se repite en forma periódica infinitamente.

*Ejemplo:*

a)  $\frac{7}{2} = 3.5$

b)  $\frac{1}{3} = 0.333333 = 0.\overline{3}$

c)  $\frac{3}{4} = 0.75$

d)  $\frac{15}{7} = 2.142857142857142857 = 2.\overline{142857}$

$2.\overline{37} = 2.373737 \dots$  El conjunto de los números debajo de la barra se llama período.

4. *Números Irracionales* =  $\mathbf{I} = \{X / X \notin \mathbf{Q}\}$

*Ejemplo:*  $\sqrt{2}, \sqrt{7}, \pi$



##### 5. Números reales: $\mathbf{R = N \cup Z \cup Q \cup II}$ .

Ejemplo:

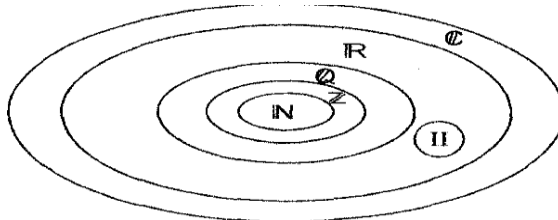
$\sqrt{-16}$  no tiene respuesta en los reales

$$\sqrt{-16} = \sqrt{16(-1)} = \sqrt{16(i^2)} = 4i$$

Todo número real es complejo ya que se puede escribir como  $a + 0i$ .

Ejemplo: 7 se puede escribir como  $7 + 0i$ .

En diagramas de Venn se observa la inclusión de los conjuntos numéricos así:



Observe:

Los números naturales están incluidos en el conjunto de números enteros.

Los números enteros están incluidos en el conjunto de números racionales.

Los números racionales están incluidos en el conjunto de los números reales.

Los números Irracionales están incluidos en el conjunto de los números reales.

Los números reales están incluidos en el conjunto de números complejos.

### ACTIVIDAD A DESARROLLAR

Resuelve en tu cuaderno los siguientes ejercicios combinados.

a)  $32 - 19 + 43 - 18 + 35 - 53 =$

b)  $16 + 5 - 26 + 3 - 6 - 14 =$

c)  $-12 - 36 - 8 + 15 - 19 - 20 - 36 + 2 - 1 =$

d)  $(15 - 7) + (6 - 1) - (9 - 6) + (19 + 8) - (3 - 1) + (4 + 5) =$

e)  $52 + [8 - 3 + \{4 + 2 - 1\}] =$

f)  $50 - \{6 + [(14 - 6) - (7 - 2) + (4 - 1)]\} =$

g)  $12 - \{35 + [-18 - (-63 + 50)] - [-37 + (18 + -37)]\} =$

h)  $2 * 7 - 5 * 4 + 3 * 6 - 2 * 11 + 13 =$

i)  $3 * -5 - 6 * 2 + 2 * -1 - 5 * -2 * -1 =$

j)  $(7 - 5) * 4 + 3 * (4 - 2) + (8 - 2) * 5 - 2 * (11 - 10) =$

k)  $\{15 + (9 - 5) * 2\} - \{6 * 4 * 3 + (5 - 4) * (3 - 4)\} =$

l)  $8 - \{5 - 3 * 4 + 5[8 - (6 - 1) * 3 + (2 - 5) * -4]\} =$



m)  $-25 : -5 - -12 * -3 - 2 * -5 - 12 : -3 - 15 : 3 * 5 =$

n)  $-8 * -8 - 81 : -9 - 25 : 5 - -2 * 3 + 3 * -7 =$

o)  $- \{24 : -6 - [5 * -2 - (42 : -6 - 2 * -3 + 1) - 4]\} - 2 * -5 =$

p)  $-6 * 3 - 2 * \{-15 : 3 - (20 : 5 - 3 * 5 - 1) - (2 * 3 - 2 * 4)\} =$

q)  $50 - \{(6 - 1) 8 : 4 * 3 + 16 : (10 - 2)\} - 5 =$


### MULTIPLICACIÓN DE FRACCIONES

El producto de dos fracciones es otra fracción que tiene:

*Numerador:* producto de los numeradores.

*Denominador:* producto de los denominadores.

$$\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{a \cdot c}{b \cdot d}$$

 Realizar las siguientes multiplicaciones de fracciones, simplificando el resultado siempre que sea posible:

a)  $3 \cdot \frac{2}{5} =$

b)  $-2 \cdot \frac{3}{4} =$

c)  $6 \cdot \left(-\frac{1}{7}\right) =$

d)  $-5 \cdot \left(-\frac{3}{5}\right) =$

e)  $\frac{2}{3} \cdot \frac{4}{5} =$

f)  $\frac{3}{5} \cdot \frac{5}{4} =$

g)  $\frac{1}{4} \cdot \left(-\frac{2}{3}\right) =$

h)  $\frac{1}{2} \cdot \frac{7}{9} =$

i)  $\left(-\frac{3}{4}\right) \cdot \left(-\frac{1}{5}\right) =$

j)  $2 \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{4}{5} =$

k)  $3 \cdot \left(-\frac{2}{5}\right) \cdot \frac{1}{4} =$

l)  $\frac{2}{3} \cdot \left(-\frac{1}{2}\right) \cdot \frac{3}{5} =$

m)  $\left(\frac{2}{3}\right)^2 =$

n)  $\left(\frac{1}{2}\right)^4 =$


### DIVISIÓN DE FRACCIONES

El cociente de dos fracciones es otra fracción que tiene:

*Numerador:* producto de los extremos.

*Denominador:* producto de los medios.

$$\frac{a}{b} : \frac{c}{d} = \frac{a \cdot d}{b \cdot c}$$

 Realizar las siguientes divisiones de fracciones, simplificando el resultado siempre que sea posible:

a)  $\frac{3}{2} : \frac{2}{5} =$

b)  $\frac{1}{3} : \frac{3}{4} =$

c)  $\frac{1}{4} : \left(-\frac{1}{7}\right) =$

d)  $3 : \left(-\frac{3}{5}\right) =$

e)  $\frac{2}{3} : \frac{4}{5} =$

f)  $\frac{3}{5} : \frac{5}{4} =$

g)  $\frac{1}{4} : \left(-\frac{2}{3}\right) =$

h)  $\frac{1}{2} : \frac{7}{9} =$

i)  $\left(-\frac{3}{4}\right) : \left(-\frac{1}{5}\right) =$

j)  $\frac{1}{3} : \frac{4}{5} =$

k)  $\left(-\frac{2}{5}\right) : \frac{1}{4} =$

l)  $\frac{1}{3} : \frac{2}{3} : \frac{1}{4} =$

m)  $\frac{2}{3} : \left(-\frac{1}{2}\right) : \frac{3}{5} =$

n)  $\frac{4}{5} : \frac{1}{2} : \left(-\frac{2}{3}\right) =$



$$\bullet \frac{5}{3} - \frac{40}{3} : \frac{10}{9}$$

$$\bullet 1 - \frac{8}{27} : \frac{16}{9}$$

$$\bullet \frac{5}{7} - \frac{2}{7} \cdot \frac{3}{4}$$

$$\bullet \frac{1}{2} + \frac{1}{3} \cdot \frac{4}{5} - \frac{1}{8}$$

$$\bullet \frac{1}{2} + \frac{1}{3} \cdot \left( \frac{4}{5} - \frac{1}{8} \right)$$

$$\bullet \left( \frac{1}{2} + \frac{1}{3} \right) \cdot \frac{4}{5} - \frac{1}{8}$$

$$\bullet 2 - \left[ \frac{1}{3} + \frac{3}{2} - \left( \frac{4}{5} + 3 \right) \right]$$

$$\bullet 3 - \left( \frac{1}{3} \cdot \frac{4}{5} - \frac{3}{5} \right) - \left( \frac{2}{5} + 1 \right)$$

$$\bullet \frac{1}{3} \cdot \frac{7}{4} + \frac{2}{5} \cdot \frac{3}{2} - \frac{11}{10}$$

$$\bullet \left( 1 - \frac{2}{3} \right) : \left( 2 + \frac{1}{3} \right) - \frac{1}{5}$$

$$\bullet \frac{1}{5} - \left( \frac{1}{3} - \frac{81}{16} \cdot \frac{8}{9} \right)$$

$$\bullet \left( \frac{2}{3} - 2 \right) \cdot \left( \frac{1}{2} + 5 \right) - \left( 4 + \frac{1}{3} \right) : \left( 2 - \frac{1}{3} \right)$$

$$\bullet \left( 3 + \frac{1}{5} \right) - \frac{2}{3} \cdot \left( \frac{3}{5} - \frac{1}{10} \right)$$

$$\bullet \left( \frac{2}{3} + \frac{1}{4} \right) : \frac{1}{2} + \frac{1}{3} : \left( 1 - \frac{3}{4} \right)$$

$$\bullet \left( \frac{3}{4} + \frac{5}{2} \right) : \frac{1}{2} + 2 \cdot \left( \frac{1}{2} - \frac{1}{4} \right)$$

$$\bullet 3 - \left( \frac{1}{2} + \frac{1}{4} : \frac{1}{4} \right) + 2 \cdot \left( \frac{3}{4} + \frac{1}{6} \right)$$

$$\bullet \left( \frac{2}{5} \cdot \frac{5}{3} + 1 \right) - \frac{1}{5} \cdot \left( 2 + \frac{1}{3} : \frac{1}{6} \right)$$

$$\bullet \frac{7}{4} - \left[ 2 - \left( \frac{2}{3} + \frac{1}{2} \right) \right]$$

$$\bullet \left[ 3 - 2 \cdot \left( 1 - \frac{1}{2} \right) \right] : \frac{1}{2}$$

$$\bullet \frac{3}{4} \cdot \left[ \frac{7}{3} - \left( \frac{1}{2} + 2 \cdot \frac{1}{4} \right) \right]$$

$$\bullet \frac{8}{3} + \frac{1}{2} : \left[ 2 - \left( \frac{1}{3} + \frac{5}{6} \right) \right]$$

$$\bullet \left[ 3 \cdot \left( 1 - \frac{1}{4} \right) - \frac{1}{6} \right] \cdot \frac{4}{5}$$

$$\bullet \frac{3}{4} : \left[ 6 \cdot \left( \frac{2}{3} + \frac{1}{6} \right) - 3 \right]$$

### REGLA DE TRES

1. Si con 4 grifos de agua cuyas bocas de salida son de 2cm<sup>2</sup> se obtienen 300 litros en un determinado tiempo, ¿cuántos litros se obtienen en el mismo tiempo con 2 grifos con bocas de 3cm<sup>2</sup>?
2. Once obreros pueden hacer una obra en veinte días, pero después de ocho días de trabajo se retiran 6 obreros. ¿Qué día entregarán efectivamente la obra terminada?
3. Se sabe que 6 mangueras abiertas durante 3 horas equivalen a 10.000 litros. ¿Cuánto tiempo se necesita para llenar una piscina de 130.000 litros con 4 de estas mangueras?
4. Durante doce días una familia compuesta por 6 personas ha gastado 900€ en alimentación. ¿Cuánto gastaría una pareja en 20 días?
5. Un equipo de 8 programadores trabajará 6 horas diarias para desarrollar un software en un año. Si se forma un equipo de 10 programadores trabajando 4 horas diarias, ¿cuántos años se necesitan para realizar un proyecto de la misma envergadura?
6. Si 16 obreros, trabajando 9 horas diarias en 12 días, hacen 60 sillas. ¿Cuántos días necesitarán 40 obreros trabajando una hora diaria menos para hacer un ciento de las mismas sillas?
7. El estadio Azteca de la Ciudad de México tiene una superficie de 7.140 metros cuadrados. Para cortar su césped se emplean 3 máquinas cortacésped funcionando durante 5 horas. ¿Cuánto tiempo se requiere para cortar el césped de un estadio cuya superficie sea la mitad si se emplean 7 máquinas?
8. Una compañía dispone de 5 máquinas de refresco que llenan 280 botellas que se venden por un total de 400 dólares. Si la compañía compra 3 nuevas máquinas embotelladoras para ganar un total de 550 dólares, ¿cuántas botellas deben llenar?
9. Si 180 hombres en 6 días; trabajando 10 horas cada día pueden hacer una zanja de 200 metros de largo, 3 metros de ancho y 2 metros de profundidad. ¿En cuántos días de 8 horas, harían 100 hombres una zanja de 400 metros de largo, 4 metros de ancho y 3 metros de profundidad?
10. John y Paul tienen una banda y componen 6 canciones en 15 días. Si llaman a su amigo George para que les ayude durante 5 días, ¿cuántas canciones compondrán?
11. Doce obreros trabajando 15 días de 8 horas diarias pueden construir 160 metros de un muro. ¿Cuántos días se demorarán 10 obreros trabajando 10 horas diarias para construir 200 metros del mismo muro?

Nancy Ruby Rojas Padilla.

Instructora. Matemáticas - Estadística

"Si buscas resultados distintos, no hagas siempre lo mismo." Albert Einstein



 **suelve las siguientes ecuaciones con denominadores:**

a)  $\frac{3x}{2} + 2 = x + 4$

b)  $x - 8 = \frac{x}{2} - \frac{x-6}{3}$

c)  $x - \frac{3x}{4} = \frac{x}{7} + 3$

d)  $2\left(\frac{x+5}{3}\right) = x + 3$

e)  $\frac{9x}{4} - 6 = \frac{2x}{3} + \frac{1}{3}$

f)  $\frac{5x}{6} - \frac{3x}{4} = x - 11$

g)  $\frac{3x}{5} - 7 = \frac{2x}{6} + 1$

h)  $x - 10 = \frac{5}{9}(x - 6)$

i)  $\frac{x}{3} + x = 10 + \frac{2x}{9}$

j)  $\frac{3x}{2} + 1 = 12 - \frac{x}{3}$

k)  $\frac{x}{5} + \frac{x}{2} = x - 3$

l)  $4x - 7 = \frac{5x-6}{4}$

m)  $\frac{x+2}{3} = 5x - 4$

n)  $\frac{2x-10}{3x-20} = \frac{7}{8}$

ñ)  $\frac{x}{4} + \frac{3x}{6} + x = 21$

o)  $\frac{x}{4} - \frac{13}{6} = \frac{5x}{2} - \frac{5}{6}$

p)  $\frac{x}{3} + \frac{x}{4} + \frac{x}{5} = 94$

q)  $\frac{x}{3} + 10 = \frac{x}{5} + 16$

r)  $\frac{x-7}{x+3} = \frac{10}{x+3} - 3$

s)  $3x - 9 + \frac{x}{5} = 2x - 3$

t)  $\frac{x}{4} + 5 = \frac{2x}{5} - 2 - \frac{x}{30}$


u)  $\frac{3}{x-1} = \frac{x}{x-1} - 1$

v)  $\frac{5x}{8} - 5(x-20) = \frac{18-2x}{6}$

w)  $x + \frac{x+1}{5} = x + \frac{x}{2}$

Problemas:

- Transformar en lenguaje algebraico las siguientes proposiciones:
  - La mitad de un número más 3.
  - Tres números pares consecutivos.
  - La cuarta parte más la quinta parte de un número.
  - El triple del cuadrado de un número.
  - La diferencia entre los cuadrados de dos números consecutivos.
  - La raíz cuadrada de un número.
  - El doble de un número más 3 es igual a 15.
  - El cubo de un número es igual a 27.
  - El doble del cubo de un número.
  - El cubo del doble de un número.
- Juana tiene 5 años más que Amparo. Si entre los dos suman 73 años, ¿qué edad tiene cada una?
- Un padre tiene 3 veces la edad de la hija. Si entre los dos suman 48 años, ¿qué edad tiene cada uno?
- Determinar tres números consecutivos que suman 444.
- Tengo  $\frac{2}{3}$  de lo que vale un ordenador. ¿Cuánto vale el ordenador si me faltan sólo 318€ para comprarlo?
- Después de caminar 1500 m me queda para llegar al colegio  $\frac{3}{5}$  del camino. ¿Cuántos metros tiene el trayecto?

 **Representa gráficamente las siguientes funciones lineales:**

a)  $y = x - 4$

b)  $y = -3x - 1$

c)  $y = x$

d)  $y = 3$

e)  $y = 0,4x - 2$

f)  $y = -\frac{1}{2}x - 1$

g)  $y = 2 - 3x$

h)  $y = \frac{3x-2}{4}$



NOTA: El trabajo debe ser desarrollado en hojas de examen,  
Se debe evidenciar el procedimiento que realizo para llegar a la respuesta

en los ejercicios de ecuaciones debe hacer el paso a paso para llegar a solución a la ecuación, debe hacer la prueba para que demuestre que la ecuación está bien desarrollada.

En el momento que entregue el trabajo desarrollado a la instructora debe estar en capacidad de dar explicación a cualquier duda o explicación como realizo el proceso para llegar a la respuesta.

**“El éxito es la suma de  
pequeños esfuerzos que  
se repiten día tras día”**

*Robert Collier*



## PROCESO DIRECCIÓN DE FORMACIÓN PROFESIONAL INTEGRAL FORMATO GUÍA DE APRENDIZAJE FASE DE PLANEACIÓN No 1

### 1. IDENTIFICACIÓN DE LA GUIA DE APRENDIZAJE

**Denominación del Programa de Formación:** DVEI - 2995641

#### **Competencias**

APLICACIÓN DE CONOCIMIENTOS DE LAS CIENCIAS NATURALES DE ACUERDO CON SITUACIONES DEL CONTEXTO PRODUCTIVO Y SOCIAL.

#### **Resultados de aprendizaje**

568723 - IDENTIFICAR LOS PRINCIPIOS Y LEYES DE LA FÍSICA EN LA SOLUCIÓN DE PROBLEMAS DE ACUERDO AL CONTEXTO PRODUCTIVO.

568724 - PROPONER ACCIONES DE MEJORA EN LOS PROCESOS PRODUCTIVOS DE ACUERDO CON LOS PRINCIPIOS Y LEYES DE LA FÍSICA.

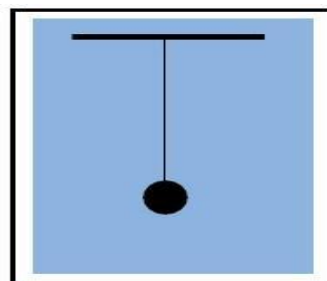
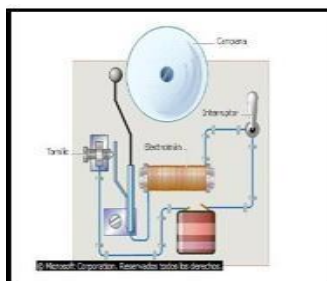
568725 - SOLUCIONAR PROBLEMAS ASOCIADOS CON EL SECTOR PRODUCTIVO CON BASE EN LOS PRINCIPIOS Y LEYES DE LA FÍSICA.

568726 - VERIFICAR LAS TRANSFORMACIONES FÍSICAS DE LA MATERIA UTILIZANDO HERRAMIENTAS TECNOLÓGICAS.

### **PRESENTACIÓN**

#### **CONCEPTOS BASICOS**

Hay muchos objetos que vibran u oscilan como, por ejemplo, una masa sujeta al extremo de un resorte, un martillo de un timbre, una regla sujeta firmemente a la orilla de una mesa y a la que golpea suavemente en un extremo o un cuerpo sujeto a una cuerda oscilando. Etc.



Un movimiento periódico es el que se repite con las mismas características e intervalos iguales.

#### **Ejemplos:**

El movimiento de un péndulo

El Movimiento de las

manecillas de un reloj

movimiento oscilatorio de

un resorte





### ELEMENTOS DEL MOVIMIENTO PERIÓDICO

**OSCILACION:** Es el recorrido que se completa cuando a partir de determinada posición, el objeto vuelve a alcanzarla.

**ELONGACION (X):** Es la distancia que hay entre la posición del objeto en cualquier punto y la posición de equilibrio.

**AMPLITUD (A):** Es la máxima distancia que el cuerpo alcanza con respecto a la posición de equilibrio.

**PERIODO (T):** Es el tiempo que emplea el objeto en hacer una oscilación.

**FRECUENCIA (f):** Es el número de oscilaciones que efectúa el objeto en cada unidad de tiempo.

**FASE:** Tiempo transcurrido desde que el cuerpo pasó por última vez por su posición de equilibrio

### FOEMULAS

$$T = \text{Tiempo empleado} / \text{Numero de vueltas}$$

$$f = \text{Numero de vueltas} / \text{Tiempo empleado}$$

$$T = 1 / f$$

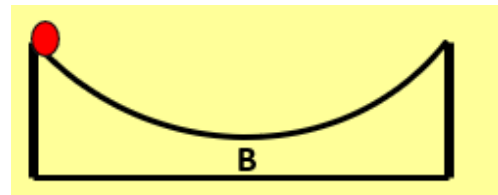
$$f = 1 / T$$

### Unidades:

PERIODO	FRECUENCIA
segundo	Ciclos/segundos
minutos	Vueltas/segundo
horas	Herz ( hz )
etc.	$s^{-1}$

### Tipos de Movimiento Periódicos

Movimiento  
Armónico  
Simple  
Movimiento  
Pendular  
Movimiento  
Vibratorio



### EJEMPLO:

Una esfera se suelta desde el punto A con el fin de que siga la trayectoria mostrada. Si la esfera pasa el punto B 40 veces durante 10 segundos.

- El periodo de oscilación
- El valor de su frecuencia.

### Solución







Cada vez que la esfera pasa por el punto B completa media oscilación. Por tanto, en 10 segundos realiza 20 oscilaciones. Aplicamos la siguiente fórmula

**$T = \text{Tiempo empleado} / \text{Número de vueltas}$**

$T = 10 \text{ sg} / 20$  Donde  $\longrightarrow T = 0,5 \text{ sg}$   
El periodo del movimiento es de 0,5 segundos  
b. La frecuencia es el inverso del Periodo  
Aplicamos la siguiente fórmula

**$f = \text{Número de vueltas} / \text{Tiempo empleado}$**

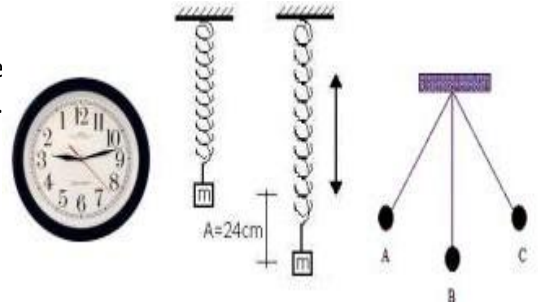
$f = 20 / 10 \text{ sg}$  Donde  $\longrightarrow f = 2 \text{ sg}^{-1}$

La frecuencia del movimiento de la esfera es de 2 hz



### Ejercicios

- Una rueda da 15 vueltas en 12 segundos. Calcular el periodo y la frecuencia de oscilación. Calcular el periodo y frecuencia de Rotación del planeta tierra.
- El periodo de oscilación de un péndulo es de 4 segundos. Calcular el valor de su frecuencia.
- Calcular el periodo y la frecuencia de las manecillas de un reloj.
- ¿Cuál es el periodo y la frecuencia de:
  - Cada una de las manecillas del reloj.
  - El movimiento de traslación y rotación de la tierra.
  - El movimiento de la luna alrededor de la tierra.
- Un cuerpo realiza 240 vueltas en 2 minutos. Hallar el periodo y la frecuencia
- Una hélice realiza 2700 revoluciones cada minuto y medio. Hallar el periodo y la frecuencia de la hélice.  
¿Cuántas vueltas da la hélice en 4 minutos y medio?
- La frecuencia de un movimiento vibratorio es de 5V/seg. y el periodo de otro movimiento vibratorio es 0,5 seg. Calcular la diferencia de frecuencia y la diferencia de periodo entre los dos movimientos.
- Una cuerda realiza 1500 ciclos de vibraciones en 3 seg. Otra cuerda realiza 3500 ciclos en 5 seg. Calcular cuántas vibraciones dará una más que la otra en 5/4 minutos.
- Una partícula realiza  $27 \times 10^2$  oscilaciones cada 90 seg ¿calcular el número de oscilaciones que daría en 4,5 minutos.





**PROCESO DIRECCIÓN DE FORMACIÓN PROFESIONAL INTEGRAL  
FORMATO GUÍA DE APRENDIZAJE FASE DE PLANEACIÓN No 1**

**1. IDENTIFICACIÓN DE LA GUIA DE APRENDIZAJE**

**Denominación del Programa de Formación:** DVEI - 2995641

**Competencias**

APLICACIÓN DE CONOCIMIENTOS DE LAS CIENCIAS NATURALES DE ACUERDO CON SITUACIONES DEL CONTEXTO PRODUCTIVO Y SOCIAL.

**Resultados de aprendizaje**

568723 - IDENTIFICAR LOS PRINCIPIOS Y LEYES DE LA FÍSICA EN LA SOLUCIÓN DE PROBLEMAS DE ACUERDO AL CONTEXTO PRODUCTIVO.

568724 - PROPONER ACCIONES DE MEJORA EN LOS PROCESOS PRODUCTIVOS DE ACUERDO CON LOS PRINCIPIOS Y LEYES DE LA FÍSICA.

568725 - SOLUCIONAR PROBLEMAS ASOCIADOS CON EL SECTOR PRODUCTIVO CON BASE EN LOS PRINCIPIOS Y LEYES DE LA FÍSICA.

568726 - VERIFICAR LAS TRANSFORMACIONES FÍSICAS DE LA MATERIA UTILIZANDO HERRAMIENTAS TECNOLÓGICAS.

**TEMA:**

**Movimiento Ondulatorio.**

**CONCEPTOS BASICOS.**

“En general, todo lo que va y viene, va de un lado a otro y regresa, entra y sale, se enciende y apaga, es fuerte y débil, sube y baja, está vibrando. Una vibración es una oscilación en el tiempo. Un vaivén tanto en el espacio como en el tiempo es una onda, la cual se extiende de un lugar a otro. La luz y el sonido son vibraciones que se propagan en el espacio en forma de ondas; sin embargo, se trata de dos clases de ondas muy distintas. El sonido es la propagación de vibraciones a través de un medio material sólido, líquido o gaseoso. Si no hay medio que vibre, entonces no es posible el sonido. El sonido no puede viajar en el vacío. No obstante, la luz sí puede viajar en el vacío, porque, como veremos en los capítulos siguientes, es una



vibración de campos eléctricos y magnéticos, una vibración de energía pura. La luz puede atravesar muchos materiales, pero no necesita de alguno de ellos. Esto se ve cuando la luz solar viaja por el vacío y llega a la Tierra. La fuente de todas las ondas, de sonido, de luz o de lo que sea, es algo que vibra.” (Hewitt, P. 2007).

**Onda:** Es una perturbación que viaja a través del espacio o en un medio elástico, transportando energía sin que haya desplazamiento de masa.



## CRITERIOS DE CLASIFICACIÓN

### Mecánicas y electromagnéticas

**ONDAS MECÁNICA:** siempre requiere de un medio material para propagarse, ya sea sólido, líquido o gaseoso. Son ejemplos de ondas mecánicas una perturbación que se propaga sobre el agua, las ondas sísmicas o el sonido, Ondas producidas por una cuerda, etc.

**ONDAS ELECTROMAGNETICAS:** Una onda electromagnética se produce por una perturbación de las propiedades eléctricas y magnéticas del espacio (campo magnético y campo eléctrico). Una onda electromagnética no requiere de un medio material para su propagación, ya que puede hacerlo en el vacío. Esto no significa que no pueda propagarse en un medio material. Son ejemplos de ondas electromagnéticas la luz, la radiación infrarroja, las ondas de radio, etc. La mayoría de las ondas electromagnéticas no las podemos percibir, a excepción de la luz visible (percibida con nuestros ojos) y la radiación infrarroja asociada al calor (percibida mediante nuestra piel).

## DIRECCION DE PROPAGACION

Una perturbación se puede propagar de dos formas: en la misma dirección en la que vibran las partículas del medio, o bien, en una dirección perpendicular a la vibración de las partículas del medio. En el primer caso

hablamos de una **onda longitudinal** y en el segundo, de una **onda transversal**.

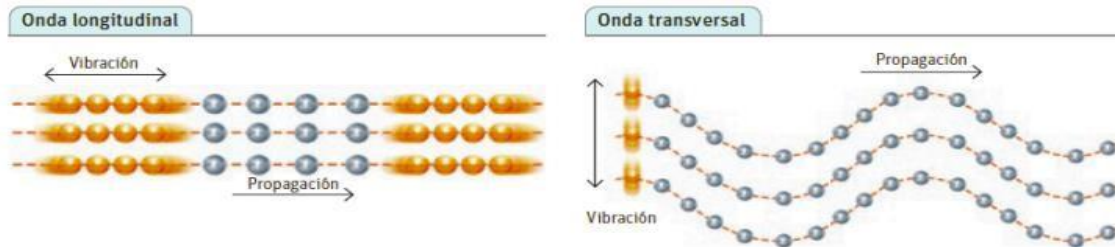
**Ondas Longitudinales:** Se caracterizan porque las partículas del medio vibran en la misma



dirección de propagación de la onda.

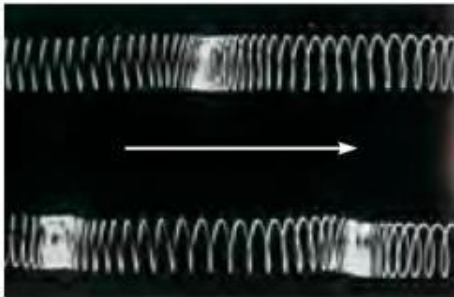
Ejemplos: Las ondas del sonido, Las ondas producidas por un resorte cuando se hace oscilar uno de sus extremos. **Ondas Transversales:** Se caracterizan porque las partículas del medio vibran perpendicularmente a la dirección de propagación de la onda.

Ejemplos: Las ondas producidas por una cuerda, Luz.

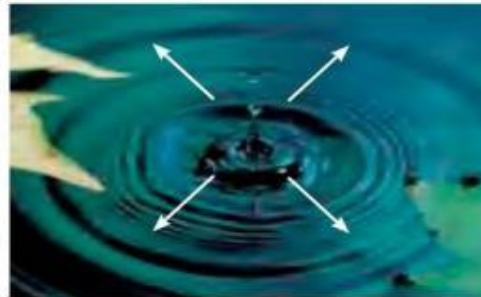


#### DE ACUERDO CON EL NÚMERO DE DIMENSIONES EN QUE SE PROPAGAN:

- a) Unidimensionales: se propagan en una dimensión.
- b) Bidimensionales: se propagan en dos dimensiones.
- c) Tridimensionales: se propagan en tres dimensiones.



**Unidimensionales.** Se propagan en una sola dirección, como ocurre en las cuerdas y en los resortes.

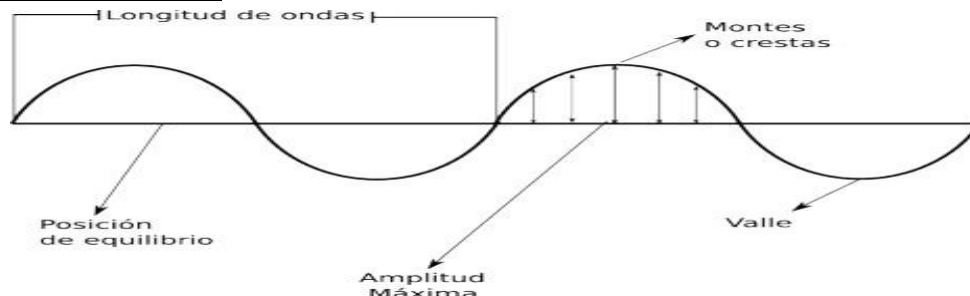


**Bidimensionales.** Se propagan en dos direcciones. Es lo que se observa cuando cae un objeto en un charco.



**Tridimensionales.** Se propagan en tres direcciones. Ejemplo de este tipo de ondas son el sonido y la luz.

#### ELEMENTOS DE UNA ONDA



**Amplitud:** Se aplica el término amplitud para indicar la distancia del punto medio a la cresta (o valle) de la onda. Así, la amplitud es igual al desplazamiento máximo respecto al equilibrio.

**Longitud de onda ( $\lambda$ ):** distancia desde la cima de una cresta hasta la cima de la siguiente cresta.

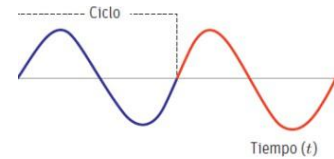
También, longitud de onda es la distancia entre cualesquiera dos partes idénticas sucesivas de la onda.

$$f = \frac{\text{Osc}}{\text{tiempo}}$$



**Frecuencia:** La rapidez de repetición en una vibración se describe por su frecuencia. La frecuencia de un péndulo oscilante, o de un objeto fijo a un resorte, indica la cantidad de oscilaciones o vibraciones que efectúa en determinado tiempo (que por lo general es un segundo).

**Período (T):** Corresponde al tiempo que transcurre entre dos pulsos consecutivos o al tiempo que tarda en producirse un ciclo completo (observa la imagen de la derecha). En un movimiento de vaivén, como el de un péndulo, el período corresponde al tiempo en que tarda este en realizar una oscilación completa, es decir, en ir y volver. El período se mide en segundos (s).



$$T = \frac{\text{tiempo}}{\text{osc}}$$

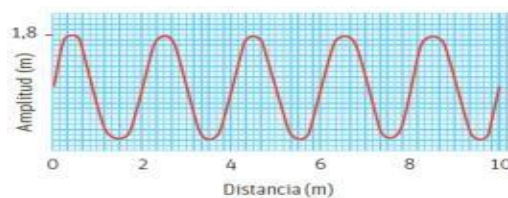
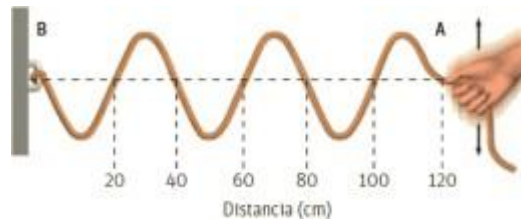
**Rapidez de propagación:** Distancia que recorre una onda en un tiempo determinado. Se expresa por el producto obtenido entre la longitud de onda y la frecuencia de la onda propagada o con la razón entre la longitud de onda y el periodo de oscilación.

$$v = \frac{\lambda}{T}$$

$$v = \lambda \cdot f$$

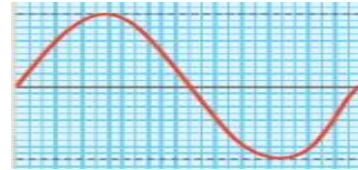
## ACTIVIDAD

- Macarena hace oscilar una cuerda, generando una serie de pulsos periódicos que se propagan en ella. El fenómeno ondulatorio se representa en la imagen inferior. Si la onda tarda exactamente 1,5 s en ir de A hasta B, ¿cuáles son la frecuencia, el período y la rapidez de propagación de la onda en cm/s?
- Cuando Sebastián hace oscilar un péndulo como el de la imagen, este realiza 30 ciclos en 9 s. ¿Cuál es el período y la frecuencia del péndulo?
- Andrea observa en un texto de ciencias la siguiente representación gráfica de una onda. Si junto al gráfico se señala que la frecuencia de la onda es de 6 Hz, determinar el período y la rapidez de propagación de la onda.





- El ciclo de la onda representada en el gráfico tarda 0,5 s en completarse. ¿Cuál es la longitud de onda si la rapidez con la que se propaga es de 10 m/s?
- Al mover el extremo de una cuerda de 40 metros que está atada a un poste vemos que nos llega de vuelta en 8 segundos ¿cuál es el valor de la rapidez de la perturbación que viaja por la cuerda?
- Una onda en una cuerda se propaga con una velocidad de 12(m/s). Si el período de la onda es de 0,6(s).  
¿Cuál es su longitud de onda?
- Una onda en una cuerda se propaga con una velocidad de 12(m/s). Si el período de la onda es de 0,6(s).  
¿Cuál es su longitud de onda?
- Una onda en una cuerda se propaga con una velocidad de 12(m/s). Si el período de la onda es de 0,6(s).  
¿Cuál es su longitud de onda?



## IDENTIFICACIÓN DE TALLER DE APRENDIZAJE

Denominación del Programa de Formación:

Competencias

220201501 - Aplicación de conocimientos de las ciencias naturales de acuerdo con situaciones del contexto productivo y social.

### Resultados de aprendizaje

- SOLUCIONAR PROBLEMAS ASOCIADOS CON EL SECTOR PRODUCTIVO CON BASE EN LOS PRINCIPIOS Y LEYES DE LA FÍSICA.

### TEMAS

- ¿Cuáles son las cantidades fundamentales de la física?
  - ¿Cuáles son las magnitudes fundamentales y cuáles son las derivadas?
  - ¿Qué representan las cantidades físicas?
  - ¿Qué es CGS en física?
  - Recréese con el video de la dirección copie este link y péguelo en la barra de direcciones de Google Chrome
  - Elaborar un cuadro donde se analice, cuándo un ejemplo cotidiano es una magnitud fundamental y cuándo es una magnitud derivada.
- COMPLETE LAS TABLAS.

CANTIDAD FISICA	MAGNITUD FUNDAMENTSL	MAGNITUD DERIVADA
LA VELOCIDAD DE UN AUTOMOVIL		
LA DISTANCIA ENTRE DOS PUNTOS		
EL VOLUMNE DE UNA PIEDRA		

Elaborar un cuadro que contenga algunas magnitudes fundamentales y derivadas, así como sus unidades de medida en los sistemas S.I., CGS, e inglés

MAGNITUD	SI	CGS	INGLES
LONGITUD			
MASA			
PRESION			

Construir tablas de equivalencias relativas a la transformación de unidades de un sistema a otro.

LONGITUD						
	cm	m	km	pulg	pie	milla
Centímetro		100		2.54	30.48	
Metro						1609.34
Kilómetro						
Pulgada						
Pie						
Milla						



<b>MASA</b>					
	<b>gr</b>	<b>kg</b>	<b>slug</b>	<b>Ibm</b>	<b>onza</b>
<b>Gramo</b>			<b>14593.9</b>	<b>453.59</b>	<b>28.35</b>
<b>Kilogramo</b>					
<b>Slug</b>					
<b>Libra masa</b>					
<b>onza</b>					

<b>TIEMPO</b>					
	<b>Seg</b>	<b>Min</b>	<b>Hora</b>	<b>día</b>	<b>año</b>
<b>Segundo</b>					
<b>Minuto</b>					
<b>Hora</b>					
<b>Día</b>					
<b>año</b>					

## MAGNITUDES VECTORIALES

Se denomina **magnitudes** a los atributos físicos mensurables (medibles) de los objetos o de las interacciones entre ellos, tales como fuerzas, temperatura, longitud, carga eléctrica o muchas otras variables. Atendiendo precisamente a la manera específica de realizar su medición, dichas magnitudes pueden ser de dos tipos: **escalares y vectoriales**.

Las **magnitudes escalares** son aquellas representables por una escala numérica, en la que cada valor específico acusa un grado mayor o menor de la escala. Ej. **temperatura, longitud**.

Las **magnitudes vectoriales**, en cambio, involucran mucha más información de la simplemente representable en una cifra, requiriendo a menudo de un sentido o dirección específico dentro de un sistema de coordenadas determinado. Ej. **velocidad, fuerza**. Para ello se impone un **vector** como representación del sentido único de la magnitud. Todo vector está regido por cuatro coordenadas fundamentales:

**Punto de aplicación.** El lugar donde “nace” el vector. Usualmente es un punto.

**Dirección.** La trayectoria que sigue. Usualmente es una línea recta.

**Sentido.** La orientación de la magnitud a lo largo de la trayectoria especificada. Usualmente es una punta de flecha al final de la recta de la dirección.

**Módulo.** El grado de intensidad del vector.

## ELEMENTOS DE UN VECTOR

Para definir a un vector de manera completa, se deben especificar tres características que distinguen a un vector de otro:

El módulo: que viene determinado por la longitud o largo del segmento de recta.

La dirección: que viene determinado por la orientación que presenta la recta en el plano.

El sentido: que viene determinado por el origen y el extremo final del segmento de recta.

Los vectores **se representan de forma escrita en letra negrita**, para poder diferenciarlas de las magnitudes escalares (que se escriben en cursiva). Además, los vectores se escriben colocando una flecha sobre la letra que designa su módulo, teniendo en cuenta que el módulo por si solo es una magnitud escalar.

Los vectores fijos del plano, por el contrario, se indican con letras mayúsculas, donde la primera indica el origen y la segunda el

extremo final.

#### Ejemplos de magnitudes escalares

1. **La temperatura.** Atendiendo a la escala que se utilice (Celsius o Kelvin), cada valor numérico representará una magnitud absoluta de (presencia o ausencia de) calor, por lo que  $20^{\circ}\text{C}$  constituyen un valor fijo dentro de la escala, sin importar las condiciones que acompañen la medición.
2. **La presión.** La presión ambiental, medida usualmente en milímetros de mercurio (mmHg) es el peso que la masa de aire de la atmósfera ejerce las cosas y es mensurable a través de una escala lineal.
3. **La longitud.** Una de las dos dimensiones fundamentales, el largo de las cosas o las distancias, es perfectamente mensurable a través de la escala lineal del sistema métrico o anglosajón: centímetros, metros, kilómetros, o yardas, pies, pulgadas.
4. **La energía.** Definida como la capacidad para actuar física o químicamente de la materia, se suele medir en julios, si bien dependiendo del tipo específico de energía puede variar a otras unidades (calorías, termias, caballos de vapor por hora, etc), todas escalares.
5. **La masa.** La cantidad de materia que contiene un objeto se mide como un valor fijo a través del sistema métrico o anglosajón de unidades: gramo, kilogramo, tonelada, libra, etc.
6. **El tiempo.** Relatividades aparte, el tiempo es mensurable a través del mismo sistema lineal de segundos, minutos y horas, independientemente de las condiciones en que se produzca la medición.
7. **El área.** Usualmente representada a través de una cifra de metros cuadrados ( $\text{m}^2$ ) se trata de la superficie acotada de un recinto o un objeto, en contraposición a lo que se halle alrededor.
8. **El volumen.** Relación del espacio tridimensional ocupado por un cuerpo específico, mensurable en centímetros cúbicos ( $\text{cm}^3$ ).
9. **La frecuencia.** Es una magnitud que permite medir el número de repeticiones de un fenómeno o suceso periódico por unidad de tiempo transcurrido. Su unidad escalar son los hercios (Hz), que responden a la formulación  $1\text{Hz} = 1/\text{s}$ , es decir, una repetición por segundo.
10. **La densidad.** La densidad es la relación existente entre la masa de un cuerpo y el volumen que ocupa, por lo que se trata de un valor dependiente de ambas magnitudes, y representable a través de su propia escala: Kilogramos por metro cúbico ( $\text{kg}/\text{m}^3$ ).

#### Ejemplos de magnitudes vectoriales

1. **Peso.** El peso es una magnitud que expresa la fuerza ejercida por un objeto sobre un punto de apoyo, como consecuencia de la atracción gravitatoria local. Se representa vectorialmente a partir del centro de gravedad del objeto y hacia el centro de la Tierra o del objeto generando la **gravedad**. Se distingue de la masa pues no es una propiedad intrínseca del objeto, sino de la atracción gravitacional.

2. **Fuerza.** Se entiende como fuerza todo aquello capaz de modificar la posición, forma o cantidad de movimiento de un objeto o una partícula, expresada en newtons (N): la cantidad de fuerza necesaria para proveer de una aceleración de  $1 \text{ m/s}^2$  a  $1 \text{ kg}$  de masa. Sin embargo, requiere de una orientación y una dirección, ya que toda fuerza se ejerce de un punto a otro.
3. **Aceleración.** Esta magnitud vectorial expresa la variación de velocidad en base al transcurso de una unidad de tiempo. Al igual que la velocidad, requiere de un contenido vectorial incompatible con una escala numérica, ya que emplea valores referenciales para expresarse.
4. **Velocidad.** Expresa la cantidad de distancia recorrida por un objeto en una unidad de tiempo determinada, anotada como metros por segundo (mps). Para poder mensurar la variación de posición del objeto requiere siempre de una dirección de desplazamiento y un módulo, que expresa su celeridad o rapidez.
5. **Torsión.** También llamada torque, expresa la medida de cambio de dirección de un vector hacia una curvatura, por lo que permite calcular las velocidades y ritmos de giro, por ejemplo, de una palanca. Por ello amerita información vectorial de posicionamiento.
6. **Posición.** Esta magnitud refiere la ubicación de una partícula u objeto en el espacio-tiempo. Por eso su representación clásica es vectorial, para expresarlo en un plano de coordenadas de referencia; mientras que para la relatividad es un conjunto de coordenadas curvilíneas arbitrarias, ya que el espacio-tiempo en esa teoría es curvo.
7. **Tensión eléctrica.** También conocida como voltaje, la tensión eléctrica es la diferencia en el potencial eléctrico entre dos puntos o dos partículas. Como depende directamente del recorrido de la carga entre el punto inicial y el final, es decir, un flujo de electrones, requiere de una lógica vectorial para expresarse.
8. **Campo eléctrico.** Se trata de un campo vectorial, es decir, un conjunto o relación de fuerzas físicas (eléctricas en este caso) que ejercen influencia sobre un área determinada y modifican una carga eléctrica determinada en su interior.
9. **Campo gravitatorio.** Otro campo físico, pero de fuerzas gravitacionales que ejercen una atracción sobre los objetos o partículas que ingresen al área. Como toda fuerza es necesariamente vectorial, el campo gravitacional necesitará un conjunto de vectores para representarse.
10. **Inercia.** La fuerza de roce, opuesta a todo movimiento y que tiende siempre a la quietud, se expresa vectorialmente pues se opone a las fuerzas de movimiento, siempre tendiendo a la misma dirección pero orientación contraria.

## CLASES DE VECTORES

Pueden distinguirse diversas clases de vectores según las características que presenten y la relación que tengan con otros vectores:

- **Vectores unitarios:** son los vectores de módulo unidad.
- **Vectores libres:** son los vectores que no se encuentran aplicados en ningún punto en particular.
- **Vectores deslizantes:** son los vectores cuyo punto de aplicación se desliza a lo largo de una recta de acción.
- **Vectores fijos (o vectores ligados):** son los vectores que están aplicados en un punto particular.
- **Vectores colineales:** son dos o más vectores que actúan en una misma recta de acción.
- **Vectores concurrentes (o vectores angulares):** son dos o más vectores cuyas direcciones pasan por un mismo punto, formando un ángulo al cruzarse las semirrectas.
- **Vectores paralelos:** son dos o más vectores que actúan sobre un cuerpo rígido con líneas de acción paralelas.
- **Vectores opuestos:** son los vectores que tienen la misma dirección y el mismo módulo, pero que presentan sentidos contrarios.
- **Vectores coplanarios:** son los vectores cuyas rectas de acción se encuentran situadas en el mismo plano.
- **Vector resultante:** dado un sistema de vectores, es el vector que produce el mismo efecto que todos los vectores componentes del sistema.

## VECTORES EN DOS DIMENSIONES

El vector puede representarse en espacios de dos dimensiones (x, y) o de tres dimensiones (x, y, z). En cualquier caso, los vectores pueden ser definidos mediante sus coordenadas en cada uno de los ejes. En el caso de un espacio de dos dimensiones, un vector

cualquiera puede ser definido como:

$$\vec{V} = (V_x, V_y)$$

Donde los términos entre paréntesis son las coordenadas sobre los ejes x e y. Por otro lado, en un espacio de tres dimensiones (o espacio tridimensional), un vector se define como:

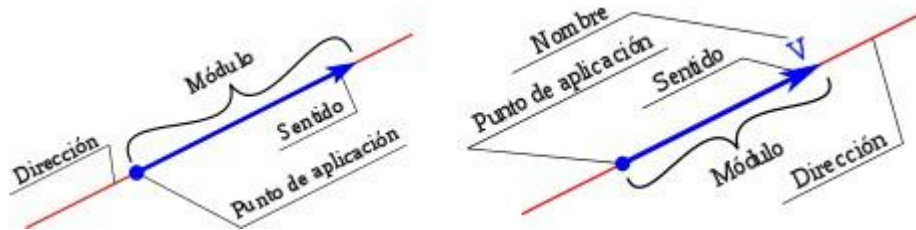
$$\vec{V} = (V_x, V_y, V_z)$$

Donde se agrega una coordenada más para indicar la coordenada sobre el eje z.

## REPRESENTACION GRAFICA DE LOS VECTORES

Los vectores se representan de forma general en un **espacio euclidiano**, recurriendo a un plano de dos o tres dimensiones.

1. En primer lugar, se grafica la **recta soporte o dirección**, sobre la cual pueden existir varios vectores, dibujando un segmento de recta que surge del origen.
2. En segundo lugar, se **marca la longitud del vector**, el cual está determinado por el módulo (a mayor módulo, mayor longitud de la semirrecta), y que está dirigido a una dirección o punto de aplicación (razón por la cual se dibuja a los vectores como flechas que apuntan hacia la dirección en cuestión).
3. Por último, se **escribe el nombre del vector** sobre el punto de aplicación.



### EJEMPLOS DE VECTORES EN FISICA

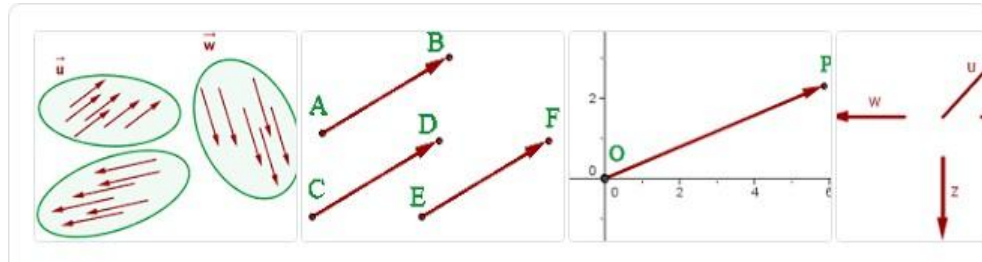
1. Velocidad.
2. Desplazamiento
3. Fuerza normal
4. Aceleración
5. Momento
6. Trabajo
7. Campo eléctrico
8. Campo magnético
9. Densidad
10. Campo gravitatorio
11. Peso
12. Velocidad angular
13. Aceleración angular
14. Fuerza de rozamiento

### Ejemplos de vectores en matemáticas

- $\vec{V}_1 = (2, 8)$
- $\vec{V}_2 = (7, -3)$
- $\vec{V}_3 = (0, 14)$
- $\vec{V}_4 = (1, 4, 12)$
- $\vec{V}_5 = (-3, -9, -2)$

¿Qué es un vector en el plano?  
 ¿Qué es un vector en el plano y espacio?  
 ¿Qué es un vector y ejemplos?  
 ¿Cómo se representan los vectores en el plano cartesiano?  
 ¿Cómo se representan los vectores en el plano geográfico?

## VECTORES LIBRES Y EN EL PLANO



### EJERCICIOS:

Graficar en el plano cartesiano

$\vec{a} = 4.5\vec{u}$ , en la dirección  $35^\circ$  con respecto al semieje positivo de las  $x$

$\vec{b} = 3.5\vec{u}$ , en la dirección  $50^\circ$  con respecto al semieje positivo de las  $y$

$\vec{c} = 4.9\vec{u}$ , en la dirección  $58^\circ$  con respecto al semieje negativo de las  $x$

$\vec{d} = 4\vec{u}$ , en la dirección  $75^\circ$  con respecto al semieje negativo de las  $y$

Graficar en el plano geográfico

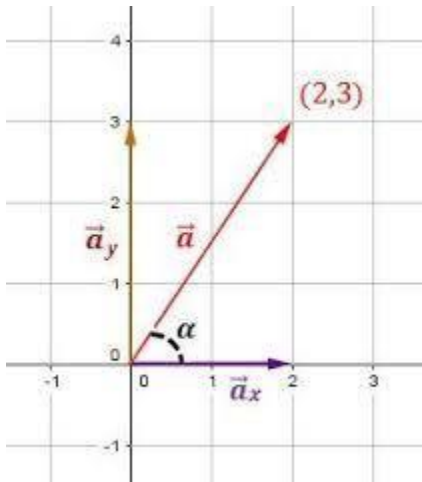
$\vec{e} = 5\vec{u}$ , en la dirección  $40^\circ$  al sur del este

$\vec{f} = 3\vec{u}$ , en la dirección  $60^\circ$  al norte del oeste

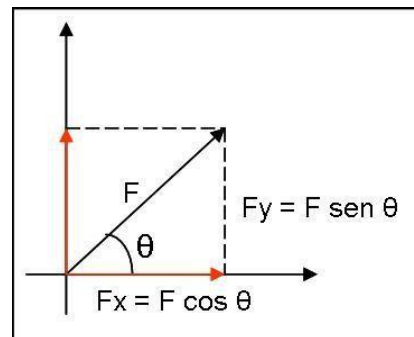
$\vec{g} = 4.5\vec{u}$ , en la dirección  $48^\circ$  al sur del oeste

$\vec{h} = 3.8\vec{u}$ , en la dirección  $80^\circ$  al norte del  $\oplus$

### VECTOR EN EL PLANO



### COMPONENTES RECTANGULARES DE UN VECTOR



Sea el vector  $\vec{F} = F \cos \theta$

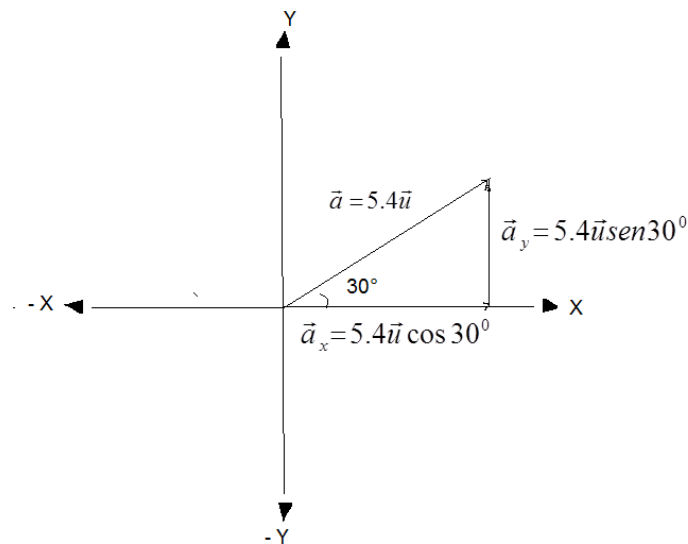
las componentes rectangulares son

En el eje X  $\vec{F}_x = F \cos \theta$  En el eje y  $\vec{F}_y = F \sin \theta$

### EJEMPLO DE COMPONENTES RECTANGULARES DE UN VECTOR

Hallar las componentes rectangulares del vector.

$a = 5.4\vec{u}$ , en la dirección  $30^\circ$  con respecto al semieje positivo de las x



VALOR DE COMPONENTES RECTANGULARES:

$$\vec{a}_{\vec{x}} = 5.4\vec{u} \cos 30^\circ = 5.4\vec{u}(0.86602) = 4.67\vec{u}$$

$$\vec{a}_{\vec{y}} = 5.4\vec{u} \sin 30^\circ = 5.4\vec{u}(0.5) = 2.7\vec{u}$$

### SUMA DE VECTORES ANALITICAMENTE

#### PASOS

Para sumar dos o más vectores analíticamente se procede de la siguiente manera

1. Se ubican los vectores en el plano
2. Se dibujan las componentes rectangulares para cada vector
3. Se calcula el valor de las componentes

$$\vec{a}_{\vec{x}} = \vec{a} \cos \theta \quad \vec{a}_{\vec{y}} = \vec{a} \sin \theta$$

$$\vec{b}_{\vec{x}} = \vec{b} \cos \theta \quad \vec{b}_{\vec{y}} = \vec{b} \sin \theta$$

4. Se suman las componentes rectangulares de cada vector en sus ejes

$$\sum(Vx) = \vec{a}_{\vec{x}} + \vec{b}_{\vec{x}} \quad \text{y} \quad \sum(Vy) = \vec{a}_{\vec{y}} + \vec{b}_{\vec{y}}$$

5. Y para hallar el vector resultante se utiliza el teorema de Pitágoras donde

$$6. \quad R^2 = \sum(Vx)^2 + \sum(Vy)^2 \quad R = \sqrt{\sum(Vx)^2 + \sum(Vy)^2}$$

7. Para hallar la dirección del vector resultante se calcula mediante.

$$\tan \theta = \frac{\sum ay}{\sum ax} \quad \text{El ángulo será } \theta = \tan^{-1} \frac{ay}{ax}$$

### EJERCICIO RESUELTO

$\vec{a} = 4u$ , en la dirección  $35^\circ$  con respecto al semieje positivo de las  $x$   
 $\vec{b} = 5u$ , en la dirección  $50^\circ$  con respecto al semieje positivo de las  $y$

$$\begin{aligned} \vec{a}_{\vec{x}} &= 4u \cos 35^\circ = 4u(0.81915) = 3.276u \\ \vec{a}_{\vec{y}} &= 4u \sin 35^\circ = 4u(0.57357) = 2.294u \\ \vec{b}_{\vec{x}} &= -5u \cos 40^\circ = -5u(0.76604) = -3.830u \\ \vec{b}_{\vec{y}} &= 5u \sin 40^\circ = 5u(0.64278) = 3.213u \end{aligned}$$

$$\sum(Vx) = \vec{a}_{\vec{x}} + \vec{b}_{\vec{x}} = 3.276u - 3.83u = -0.56$$

$$\sum(Vy) = \vec{a}_{\vec{y}} + \vec{b}_{\vec{y}} = 2.294u + 3.213u = 5.50$$

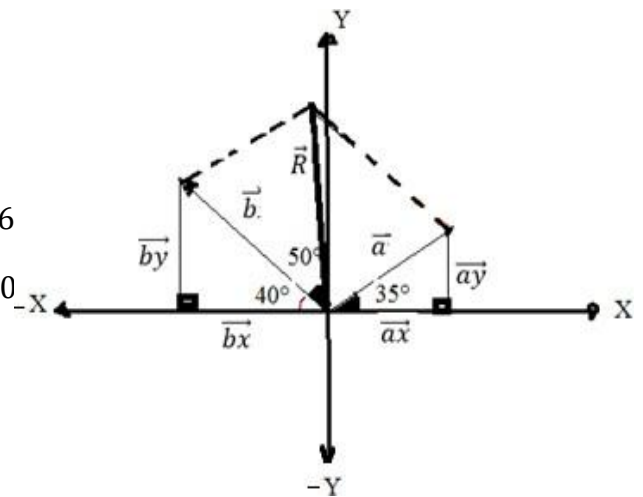
El vector resultante o vector suma se obtiene:

$$R^2 = \sum(Vx)^2 + \sum(Vy)^2$$

Por tanto  $R = \sqrt{\sum(Vx)^2 + \sum(Vy)^2}$

Esto es:  $R = \sqrt{(-0.564u)^2 + (5.503u)^2} = \sqrt{0.318u^2 + 30.28u^2}$

$$R = \sqrt{30.598u^2} = 5.531u$$



Escriba aquí la ecuación.

### EJERCICIO PROPUESTO

Dados los vectores

$\vec{a} = 4u$ , en la dirección  $30^\circ$  con respecto al semieje positivo de las  $x$

$\vec{b} = 5u$  en la dirección  $60^\circ$  con respecto al semieje negativo de las  $y$

$\vec{c} = 3u$ , en la dirección  $45^\circ$  con respecto al semieje negativo de las  $x$

Hallar las sumas gráfica y analíticamente entre

$$\vec{a} + \vec{b}; \quad \vec{a} + \vec{c}; \quad \vec{b} + \vec{c};$$





Versión: 04

Código:  
GFPI-F-134


Proceso Gestión de Formación Profesional Integral

Formato Planeación Pedagógica

Fecha de Elaboración	feb-26		
Denominación del Programa de Formación	Tecnológico - INTEGRACION DE CONTENIDOS DIGITALES.		
Modalidad de Formación	PRESENCIAL		
Código y versión del Programa de Formación			
Nombre del Proyecto Formativo ( Diligencie esta casilla únicamente si es un programa de formación Titulada)			
Código del Proyecto ( Diligencie esta casilla únicamente si es un programa de formación Titulada)			
Nombre Completo de los integrantes del Equipo de Gestión Curricular que realizó la planeación pedagógica	NANCY RUBY ROJAS PADILLA	Distrito Capital Centro de Gestión d Mercados, Logísticay Tecnología de la Información	
	Nombres y Apellidos	Regional y Centro de formación	

FASE DE PROYECTO FORMATIVO (Si el programa es de titulada)	ACTIVIDAD DE PROYECTO FORMATIVO ( si el programa es titulada)	COMPETENCIA	RESULTADOS DE APRENDIZAJE	SABERES DE CONCEPTOS Y PRINCIPIOS	SABERES DE PROCESO	CRITERIOS DE EVALUACIÓN	ACTIVIDADES DE APRENDIZAJE A DESARROLLAR	DURACIÓN ACTIVIDAD DE APRENDIZAJE (HORAS)		DESCRIPCIÓN DE LA EVIDENCIA DE APRENDIZAJE	ESTRATEGIAS DIDÁCTICAS ACTIVAS	AMBIENTES DE APRENDIZAJE TIPIFICADOS			OBSERVACIONES
								HORAS TRABAJO DIRECTO	HORAS TRABAJO INDEPENDIENTE			AMBIENTE	MATERIALES DE FORMACIÓN	INSTRUCTORES RESPONSABLES	
		RAZONAR CUANTITATIVAMENTE FRENTE A SITUACIONES SUSCEPTIBLES DE SER ABORDADAS DE MANERA MATEMÁTICA EN CONTEXTOS LABORALES, SOCIALES Y PERSONALES.	1. IDENTIFICAR SITUACIONES PROBLEMÁTICAS ASOCIADAS A SUS NECESIDADES DE CONTEXTO APLICANDO PROCEDIMIENTOS MATEMÁTICOS. 2.VERIFICAR LOS RESULTADOS DE LOS PROCEDIMIENTOS MATEMÁTICOS CONFORME CON LOS REQUERIMIENTOS DE LOS DIFERENTES CONTEXTOS. 3. SOLUCIONAR PROBLEMAS DEL ENTORNO PRODUCTIVO Y SOCIAL APLICANDO PRINCIPIOS MATEMÁTICOS. 4. PLANTEAR PROBLEMAS ARITMÉTICOS, GEOMÉTRICOS Y MÉTRICOS DE ACUERDO CON LOS CONTEXTOS PRODUCTIVO Y SOCIAL.	* PLANTEAR ECUACIONES. * PLANTEAR SISTEMAS DE ECUACIONES. * ESTABLECER RELACIONES DE PROPORCIONALIDAD ENTRE VARIABLES. * APLICAR CRITERIOS DE SEMEJANZA Y CONGRUENCIA DE FIGURAS. * APLICAR LOS TEOREMAS DE THALES Y PITÁGORAS. * REPRESENTAR FUNCIONES EN EL PLANO CARTESIANO * CALCULAR PERÍMETROS, ÁREAS Y VOLUMENES. * REALIZAR TRANSFORMACIONES GEOMÉTRICAS EN EL PLANO. * REALIZAR CONVERSIONES DE UNIDADES DE MEDIDA. * RESOLVER ECUACIONES DE PRIMER Y SEGUNDO GRADO. * RESOLVER SISTEMAS DE ECUACIONES. * CONSTRUIR GRÁFICOS ESTADÍSTICOS. * CALCULAR ELEMENTOS DE FUNCIONES. * COMPROBAR LOS PROCEDIMIENTOS MATEMÁTICOS. * VERIFICAR LA SOLUCIÓN DE UNA ECUACIÓN. * DETERMINAR ERRORES DE CÁLCULOS. * USAR HERRAMIENTAS COMPUTACIONALES PARA LA VERIFICACIÓN DE LOS RESULTADOS DE	REPRESENTACIONES (FRACCIONES, RAZONES, DECIMALES, PORCENTAJES) Y PROPIEDADES. * NÚMEROS COMPLEJOS: CONCEPTO, REPRESENTACIONES Y OPERACIONES. * OPERACIONES ARITMÉTICAS: PROPIEDADES Y ORDEN DE LAS OPERACIONES. * PROPORCIONALIDAD DIRECTA E INVERSA: CONCEPTO Y REGLA DE TRES. * GEOMETRÍA: CONCEPTOS, POLÍGONOS, LA CIRCUNFERENCIA Y SÓLIDOS. * TRIGONOMETRÍA: CONCEPTOS, RAZONES, TEOREMAS Y APLICACIONES. * ECUACIONES: MÉTODOS DE SOLUCIÓN. * SISTEMAS DE ECUACIONES: CONCEPTO, TIPOS Y MÉTODOS DE SOLUCIÓN. * FUNCIONES: CONCEPTO, REPRESENTACIONES Y TIPOS (POLINÓMICAS, EXPONENCIALES, TRIGONOMÉTRICAS, ETC.). * VARIABLES ESTADÍSTICAS: CONCEPTO Y TIPOS. * ESTADÍSTICA DESCRIPTIVA: MEDIDAS DE CENTRALIDAD (MEDIA, MODA Y MEDIANA) Y MEDIDAS DE DISPERSIÓN (VARIANZA Y DESVIACIÓN ESTÁNDAR). * GRÁFICOS ESTADÍSTICOS: DIAGRAMA DE BARRAS, CIRCULAR, PICTOGRAMAS Y SERIES. * TEOREMA DE PITÁGORAS Y THALES: CONCEPTO Y APLICACIONES. * CONVERSIÓN DE UNIDADES Y SISTEMA DE MEDIDAS. * SEMEJANZA Y CONGRUENCIA DE SUPERFICIES Y CUERPOS. * TRANSFORMACIONES SOBRE POLÍGONOS.	* PRESENTA LA RELACIÓN ENTRE DOS CANTIDADES O VARIABLES SEGÚN LOS FUNDAMENTOS MATEMÁTICOS. * DEFINE EL PROBLEMA A RESOLVER DE ACUERDO CON LAS NECESIDADES DE SU ENTORNO. * PLANTEA ECUACIONES O SISTEMAS DE ECUACIONES DE ACUERDO CON LA RELACIÓN ENTRE LAS VARIABLES. * PRESENTA SOLUCIÓN A PROBLEMAS MEDIANTE FIGURAS GEOMÉTRICAS. * APLICA PROCEDIMIENTOS ARITMÉTICOS Y ALGEBRAICOS SEGÚN EL PROBLEMA PLANTEADO. * RESUELVE ECUACIONES O SISTEMAS DE ECUACIONES DE ACUERDO CON PRINCIPIOS MATEMÁTICOS. * CALCULA PERÍMETROS, ÁREAS Y VOLUMENES DE ACUERDO CON LOS ELEMENTOS DE LA FIGURA GEOMÉTRICA. * REALIZA CONVERSIONES SEGÚN LAS EQUIVALENCIAS ENTRE SISTEMAS DE MEDIDA. * REPRESENTA CONJUNTO DE DATOS DE ACUERDO CON LA VARIABLE ESTADÍSTICA. * SELECCIONA LAS HERRAMIENTAS COMPUTACIONALES PARA LA VERIFICACIÓN DE LOS RESULTADOS DE	Reconocer los diferentes sistemas de numeración y aplicar el conocimiento de los números naturales con sus propiedades a situaciones de la vida cotidiana.	38	10	Evidencia de desempeño: Reconoce y representa relaciones numéricas mediante expresiones algebraicas y encuentra el conjunto de variación de una variable en función del contexto. Evidencias de desempeño: desarrollar ejercicios en hoja de cálculo, utilizando herramientas computacionales análisis estadístico descriptivo.	Aprendizaje significativo. Aprendizaje colaborativo. Didácticas activas. Exposiciones talleres, ejercicios en el tablero. Aprendizaje Basado en Problemas (ABP) Uso de las TIC Juegos didácticos	convencional es	Tablero, marcadores, Computadores con conexión a internet  Televisor  Parlantes  Bases de datos bibliograficas internet y papelería.	Nancy Ruby Rojas	

Cópia não controlada

<div></div>		Versión: 04
		Código: GFPI-F-134
Proceso Gestión de Formación Profesional Integral		
Formato Planeación Pedagógica		
Fecha de Elaboración	ENERO 2026	
Denominación del Programa de Formación	Tecnico -ASESORIA COMERCIAL	
Modalidad de Formación	PRESENCIAL	
Código y versión del Programa de Formación		
Nombre del Proyecto Formativo ( Diligencie esta casilla únicamente si es un programa de formación Titulada)		
Código del Proyecto ( Diligencie esta casilla únicamente si es un programa de formación Titulada)		
Nombre Completo de los integrantes del Equipo de Gestión Curricular que realizó la planeación pedagógica	NANCY RUBY ROJAS PADILLA	Distrito Capital Centro de Gestión d Mercados, Logísticay Tecnología de la Información
	Nombres y Apellidos	Regional y Centro de formación

FASE DE PROYECTO FORMATIVO (Si el programa es de titulada)	ACTIVIDAD DE PROYECTO FORMATIVO ( si el programa es titulada)	COMPETENCIA	RESULTADOS DE APRENDIZAJE	SABERES DE CONCEPTOS Y PRINCIPIOS	SABERES DE PROCESO	CRITERIOS DE EVALUACIÓN	ACTIVIDADES DE APRENDIZAJE A DESARROLLAR	DURACIÓN ACTIVIDAD DE APRENDIZAJE (HORAS)		DESCRIPCIÓN DE LA EVIDENCIA DE APRENDIZAJE	ESTRATEGIAS DIDÁCTICAS ACTIVAS	AMBIENTES DE APRENDIZAJE TIPIFICADOS			OBSERVACIONES
								HORAS TRABAJO DIRECTO	HORAS TRABAJO INDEPENDIENTE			AMBIENTE	MATERIALES DE FORMACIÓN	INSTRUCTORES RESPONSABLES	
		Razonar cuantitativamente frente a situaciones susceptibles de ser abordadas de manera matemática en contextos laborales, sociales y personales	1. Identificar situaciones problemáticas asociadas a sus necesidades de contexto aplicando procedimientos matemáticos 2 Plantear problemas aritméticos, geométricos y métricos de acuerdo con los contextos productivo y social 3 Solucionar problemas del entorno productivo y social aplicando principios matemáticos 4 Verificar los resultados de los procedimientos matemáticos conforme con los requerimientos de los diferentes contextos	Números Racionales: Concepto, representaciones y propiedades Operaciones aritméticas: Concepto, procesos, Orden de las operaciones y propiedades Proporcionalidad Directa: Concepto y Regla de tres simples Directa Geometría: Conceptos básicos, elementos: Punto, Segmento, Recta, ángulo y figuras Unidades de medida: Concepto, equivalencias y sistema de medidas Ecuaciones de primer grado: Conceptos y métodos de solución Variables estadísticas: Concepto y tipos de variables Gráficos estadísticos: Diagramas de Barras y Circular Conversión de Unidades: Concepto y métodos Perímetro: Concepto y cálculos Áreas: Concepto y cálculos Volumen: Concepto y cálculos Calculadora: Concepto, Componentes y Funciones	Reconocer información cuantitativa Establecer relaciones entre variables Identificar equivalencias entre sistemas de medidas Definir elementos de figuras geométricas Realizar ecuaciones de primer grado Interpretar un conjunto de datos Plantear proporciones Plantear ecuaciones de primer grado Representar figuras geométricas Representar un conjunto de datos Realizar operaciones y procedimientos matemáticos entre cantidades racionales Solucionar Reglas de Tres Simple Directa Calcular perímetros, áreas y volúmenes Realizar conversión de unidades de medida Resolver ecuaciones de primer grado Comprobar los procedimientos matemáticos Verificar la solución de una ecuación Codificar y decodificar mensajes	Define el problema a resolver de acuerdo con las necesidades de su entorno Define procedimientos matemáticos según la situación problemática Plantea ecuaciones de primer grado de acuerdo con los ejercicios planteados Plantea reglas de tres de acuerdo a la relación entre las variables Presenta solución a problemas mediante figuras geométricas Resuelve ecuaciones de acuerdo con principios matemáticos Calcula perímetros, áreas y volúmenes de acuerdo con los elementos de la figura geométrica Realiza conversiones según las equivalencias entre sistemas de medida Representa un conjunto de datos de acuerdo con la variable estadística Realiza procedimientos matemáticos mediante el uso de calculadora	Reconocer los diferentes sistemas de numeración y aplicar el conocimiento de los números naturales con sus propiedades a situaciones de la vida cotidiana.	38	10	Evidencia de desempeño: Reconoce y representa relaciones numéricas mediante expresiones algebraicas y encuentra el conjunto de variación de una variable en función del contexto. Evidencias de desempeño: desarrollar ejercicios en hoja de cálculo, utilizando herramientas computacionales analisis estadístico descriptivo.  presentación de exposición sobre Semejanza en triángulos rectángulos: teoremas de la altura, cateto y Pitágoras, perímetros y áreas de figuras geométricas.	Aprendizaje significativo. Aprendizaje colaborativo. Didacticas activas. Exposiciones talleres, ejercicios en el tablero. Aprendizaje Basado en Problemas (ABP) Uso de las TIC Juegos didácticos	convencional es	Tablero, marcadores,Computadores con conexión a internet  Televisor  Parlantes  Bases de datos bibliograficas internet y papelería.	Nancy Ruby Rojas	

Cópia não controlada



Versión: 04

Código:  
GFPI-F-134

Proceso Gestión de Formación Profesional Integral

Formato Planeación Pedagógica

Fecha de Elaboración	ENERO- 2026		
Denominación del Programa de Formación	Tecnologo -		
Modalidad de Formación	PRESENCIAL		
Código y versión del Programa de Formación			
Nombre del Proyecto Formativo ( Diligencie esta casilla únicamente si es un programa de formación Titulada)			
Código del Proyecto ( Diligencie esta casilla únicamente si es un programa de formación Titulada)			
Nombre Completo de los integrantes del Equipo de Gestión Curricular que realizó la planeación pedagógica	NANCY RUBY ROJAS PADILLA		Distrito Capital Centro de Gestión d Mercados, Logísticay Tecnología de la Información
	Nombres y Apellidos		Regional y Centro de formación

FASE DE PROYECTO FORMATIVO (Si el programa es de titulada)	ACTIVIDAD DE PROYECTO FORMATIVO ( si el programa es titulada)	COMPETENCIA	RESULTADOS DE APRENDIZAJE	SABERES DE CONCEPTOS Y PRINCIPIOS	SABERES DE PROCESO	CRITERIOS DE EVALUACIÓN	ACTIVIDADES DE APRENDIZAJE A DESARROLLAR	DURACIÓN ACTIVIDAD DE APRENDIZAJE (HORAS)		DESCRIPCIÓN DE LA EVIDENCIA DE APRENDIZAJE	ESTRATEGIAS DIDÁCTICAS ACTIVAS	AMBIENTES DE APRENDIZAJE TIPIFICADOS			OBSERVACIONES
								HORAS TRABAJO DIRECTO	HORAS TRABAJO INDEPENDIENTE			AMBIENTE	MATERIALES DE FORMACIÓN	INSTRUCTORES RESPONSABLES	

		Razonar cuantitativamente frente a situaciones susceptibles de ser abordadas de manera matemática en contextos laborales, sociales y personales.	01 IDENTIFICAR MODELOS MATEMÁTICOS DE ACUERDO CON LOS REQUERIMIENTOS DEL PROBLEMA PLANTEADO EN CONTEXTOS SOCIALES Y PRODUCTIVO. 02 PLANTEAR PROBLEMAS MATEMÁTICOS A PARTIR DE SITUACIONES GENERADAS EN EL CONTEXTO SOCIAL Y PRODUCTIVO. 03 RESOLVER PROBLEMAS MATEMÁTICOS A PARTIR DE SITUACIONES GENERADAS EN EL CONTEXTO SOCIAL Y PRODUCTIVO. 04 PROPONER ACCIONES DE MEJORA FRENTE A LOS RESULTADOS DE LOS PROCEDIMIENTOS MATEMÁTICOS DE ACUERDO CON EL PROBLEMA PLANTEADO.	* ESTABLECER RELACIONES DE PROPORCIONALIDAD ENTRE VARIABLES. * APLICAR CRITERIOS DE SEMEJANZA Y CONGRUENCIA DE FIGURAS. * APLICAR LOS TEOREMAS DE THALES Y PITÁGORAS. * REPRESENTAR FUNCIONES EN EL PLANO CARTESIANO * CALCULAR PERÍMETROS, ÁREAS Y VOLUMENES. * REALIZAR TRANSFORMACIONES GEOMÉTRICAS EN EL PLANO. * REALIZAR CONVERSIONES DE UNIDADES DE MEDIDA. * RESOLVER SISTEMAS DE ECUACIONES. * CONSTRUIR GRÁFICOS ESTADÍSTICOS. * CALCULAR ELEMENTOS DE FUNCIONES. * COMPROBAR LOS PROCEDIMIENTOS MATEMÁTICOS. * DETERMINAR ERRORES DE CÁLCULOS. * USAR HERRAMIENTAS COMPUTACIONALES BÁSICAS PARA CÁLCULOS NUMÉRICOS. * ELABORAR INFERENCIAS.	REPRESENTACIONES (FRACCIONES, RAZONES, DECIMALES, PORCENTAJES) Y PROPIEDADES. * NÚMEROS COMPLEJOS: CONCEPTO. * OPERACIONES ARITMÉTICAS: PROPIEDADES Y ORDEN DE LAS OPERACIONES.REPRESENTACIONES Y OPERACIONES. * PROPORCIONALIDAD DIRECTA E INVERSA: CONCEPTO Y REGLA DE TRES. * GEOMETRÍA: CONCEPTOS, POLÍGONOS, LA CIRCUNFERENCIAS Y SÓLIDOS. * TRIGONOMETRÍA: CONCEPTOS, RAZONES, TEOREMAS Y APLICACIONES. * ECUACIONES: MÉTODOS DE SOLUCIÓN. * SISTEMAS DE ECUACIONES: CONCEPTO, TIPOS Y MÉTODOS DE SOLUCIÓN. * FUNCIONES: CONCEPTO, REPRESENTACIONES Y TIPOS (POLINÓMICAS, EXPONENCIALES, TRIGONOMÉTRICAS, ETC.). * VARIABLES ESTADÍSTICAS: CONCEPTO Y TIPOS. * ESTADÍSTICA DESCRIPTIVA: MEDIDAS DE CENTRALIDAD (MEDIA, MODA Y MEDIANA) Y MEDIDAS DE DISPERSIÓN (VARIANZA Y DESVIACIÓN ESTÁNDAR). * GRÁFICOS ESTADÍSTICOS: DIAGRAMA DE BARRAS, CIRCULAR, PICTOGRAMAS Y SERIES. * TEOREMA DE PITÁGORAS Y THALES: CONCEPTO Y APLICACIONES. * CONVERSIÓN DE UNIDADES Y SISTEMA DE MEDIDAS. * SEMEJANZA Y CONGRUENCIA DE SUPERFICIES Y CUERPOS. * TRANSFORMACIONES SOBRE POLÍGONOS:	* PRESENTA LA RELACIÓN ENTRE DOS CANTIDADES O VARIABLES SEGÚN LOS FUNDAMENTOS MATEMÁTICOS. * DEFINE EL PROBLEMA A RESOLVER DE ACUERDO CON LAS NECESIDADES DE SU ENTORNO. * PLANTEA ECUACIONES O SISTEMAS DE ECUACIONES DE ACUERDO CON LA RELACIÓN ENTRE LAS VARIABLES. * PRESENTA SOLUCIÓN A PROBLEMAS MEDIANTE FIGURAS GEOMÉTRICAS. * APLICA PROCEDIMIENTOS ARITMÉTICOS Y ALGEBRAICOS SEGÚN EL PROBLEMA PLANTEADO. * RESUELVE ECUACIONES O SISTEMAS DE ECUACIONES DE ACUERDO CON PRINCIPIOS MATEMÁTICOS. * CALCULA PERÍMETROS, ÁREAS Y VOLUMENES DE ACUERDO CON LOS ELEMENTOS DE LA FIGURA GEOMÉTRICA. * REALIZA CONVERSIONES SEGÚN LAS EQUIVALENCIAS ENTRE SISTEMAS DE MEDIDA. * REPRESENTA CONJUNTO DE DATOS DE ACUERDO CON LA VARIABLE ESTADÍSTICA. * SELECCIONA LAS HERRAMIENTAS COMPUTACIONALES PARA LA VERIFICACIÓN DE LOS RESULTADOS DE	Reconocer los diferentes sistemas de numeración y aplicar el conocimiento de los números naturales con sus propiedades a situaciones de la vida cotidiana.	28	10	Evidencia de desempeño: Reconoce y representa relaciones numéricas mediante expresiones algebraicas y encuentra el conjunto de variación de una variable en función del contexto. Evidencias de desempeño: desarrollar ejercicios en hoja de cálculo, utilizando herramientas computacionales analisis estadístico descriptivo.	Aprendizaje significativo. Aprendizaje colaborativo. Didacticas activas. Exposiciones talleres, ejercicios en el tablero. Aprendizaje Basado en Problemas (ABP) Uso de las TIC Juegos didácticos	convencional es	Tablero, marcadores,Computadores con conexión a internet  Televisor  Parlantes  Bases de datos bibliograficas internet y papelería.	Nancy Ruby Rojas	
--	--	--	---	---	---	--	--	----	----	---	--	-----------------	---	------------------	--





## **PROCESO DE GESTIÓN DE FORMACIÓN PROFESIONAL INTEGRAL**

### **FORMATO GUÍA DE APRENDIZAJE**

#### **IDENTIFICACIÓN DE LA GUÍA DE APRENDIZAJE**

Denominación del Programa de Formación: PRODUCCIÓN DE MEDIOS AUDIOVISUALES DIGITALES

- Fase del Proyecto: PLANIFICACIÓN
- Actividad de Proyecto: ESTABLECER REQUISITOS DEL PROYECTO A DESARROLLAR
- Competencia: - RAZONAR CUANTITATIVAMENTE FRENTE A SITUACIONES SUSCEPTIBLES DE SER ABORDADAS DE MANERA MATEMÁTICA EN CONTEXTOS LABORALES, SOCIALES Y PERSONALES.
- Resultados de Aprendizaje Alcanzar:  
RESOLVER PROBLEMAS MATEMÁTICOS A PARTIR DE SITUACIONES GENERADAS EN EL CONTEXTO SOCIAL Y PRODUCTIVO.  
IDENTIFICAR MODELOS MATEMÁTICOS DE ACUERDO CON LOS REQUERIMIENTOS DEL PROBLEMA PLANTEADO EN CONTEXTOS SOCIALES Y PRODUCTIVO.
- Duración de la Guía: 12 hora

#### **2. PRESENTACIÓN**

##### **¿Qué son las matemáticas?**

Las matemáticas son la ciencia que se ocupa de la lógica de la forma, la cantidad y la disposición. Las matemáticas están a nuestro alrededor, en todo lo que hacemos. Los matemáticos buscan patrones, formulan nuevas conjeturas y establecen la verdad mediante una deducción rigurosa a partir de axiomas y definiciones elegidos apropiadamente.

##### **¿Cuál es su importancia en la vida cotidiana?**

Es la piedra angular de todo en nuestra vida diaria, incluidos los dispositivos móviles, las computadoras, el software, la arquitectura (antigua y moderna), el arte, la finanza y la ingeniería.

##### **¿Cómo podemos ver, conscientemente, su aplicación en el día a día?**

Detrás de un simple conteo o de una medición hay un trasfondo matemático. Usamos las matemáticas cuando vamos de compra, cuando vamos a construir una casa e incluso en





áreas financieras como cuando solicitamos algún préstamo “<https://www.una.py/las-matematicas-están-a-nuestro-alrededor-en-todo-lo-que-hacemos>”

### 3. FORMULACIÓN DE LAS ACTIVIDADES DE APRENDIZAJE

#### Actividades De Reflexión Inicial

##### PROBLEMA DE LOGICA MATMTICA

- Observa y lee el ejercicios y dele una solución.
- En una hoja dibuje el paso apaso que realizo para llegar a la respuesta.
- Tiene 10 minutos para desarrollar el ejercicio.
- Socialización como se llevo a la respuesta, cada uno de los aprendices da a conocer su respuesta y el paso a apaso que realizo para llegar a ella.
- Conclusiones, se puede observar que hay diferentes forma para llegar a una respuesta y que cada unopodemos ver el problema de diferentes forma.

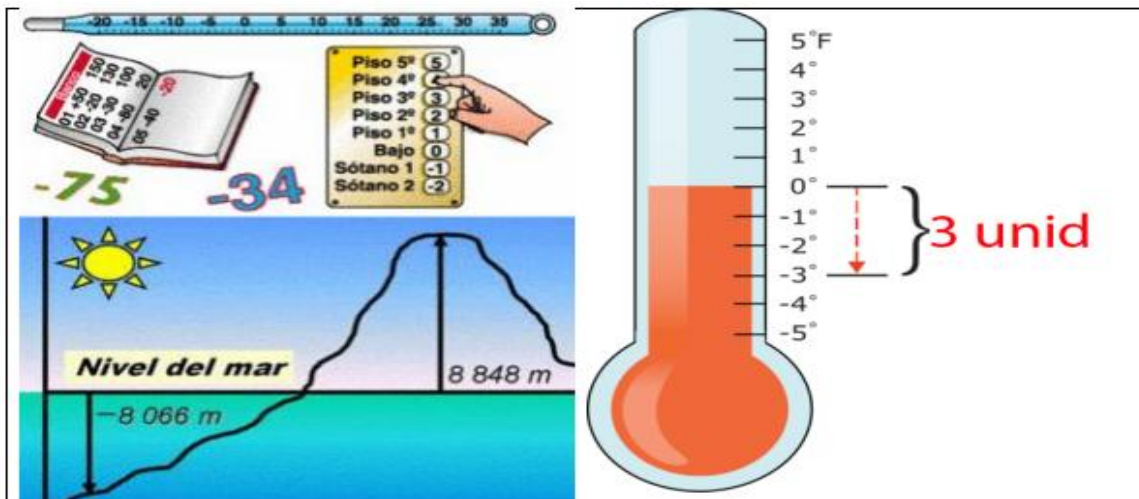
##### MIDIENDO AGUA

Maria trabaja en un laboratorio quimico tiene que realizar una mecla para ello tiene que medir 6 litros de agua exactos, para ello cuenta con dos bidones, uno de nueve litros y otro de cuatro litros.

¿Cómo lo consiguió?



#### Actividades de Contextualización e Identificación de Conocimientos Necesarios Para el Aprendizaje



##### Activida.

- Describe situaciones en las cuales se utilizan números enteros negativos; por ejemplo: temperaturas, pisos de los estacionamientos subterráneos, tableros de ascensor que indican los pisos, cuentas corrientes, niveles sobre y debajo el nivel del mar, superávit-déficit, etc.



- Lee e identifica situaciones que representan números enteros; por ejemplo: “El clima polar se manifiesta en el territorio antártico chileno. Las precipitaciones acuosas son escasas, no así las sólidas (nieve). “En la Base O’Higgins, durante el mes de enero, se registran  $0^{\circ}\text{C}$  y en julio,  $-12^{\circ}\text{C}$ ”.

### Actividades de Apropiación (teorización o conceptualización)

#### ORDEN EN LOS NÚMEROS ENTEROS.

Criterios:

- Un número entero positivo siempre es mayor “>” que cualquier número entero negativo y que el cero.
  - Dados dos números enteros positivos, es mayor “>” el que tiene mayor valor absoluto.
  - Dados dos números enteros negativos, es mayor “>” el que tiene menor valor absoluto.
- Ejemplos:
- $5 > -3$  ya que en una recta numérica el 5 está más a la derecha que el -3.
  - $12 > 4$ , ya que  $|12| = 12$ ,  $|4| = 4$  como 12 tiene mayor valor absoluto que 4 por esta razón  $12 > 4$ .
  - $-6 > -8$ , ya que  $|-6| = 6$ ,  $|-8| = 8$  como -6 tiene menor valor absoluto que -8 por esta razón  $-6 > -8$ .

También se pueden ordenar los números enteros siguiendo la siguiente definición:

Si dos números enteros  $a$  y  $b$  están representados en la recta numérica, entonces  $a > b$ , siempre que  $a$  esté ubicado a la derecha de  $b$ .

#### OPERACIONES CON NUMEROS ENTEROS

##### Adición de números enteros del mismo signo.

En la adición de números enteros del mismo signo, se suman los valores absolutos de los sumandos y a esta suma se le antepone el signo que tienen en común.

##### Adición de números enteros de diferente signo.

En la adición de números enteros de diferente signo, se resta del mayor valor absoluto el de menor valor absoluto de los sumandos y a la suma se le antepone el signo del sumando que tenga mayor valor absoluto

#### PROPIEDADES DE LA ADICIÓN DE NÚMEROS ENTEROS.



Propiedad	Definición	Números
<b>Conmutativa</b>	El orden de los sumandos, no altera la suma.	$(-4) + 3 = 3 + (-4)$
<b>Asociativa</b>	La forma en que se agrupan los sumandos, no altera la suma.	$[7 + (-3)] + (-4) = 7 + [(-3) + (-4)]$
<b>Clausura</b>	Al sumar números enteros, siempre resultará un número entero.	$(-6) + (-3) = (-9)$
<b>Elemento neutro</b>	Es aquel número que, al ser sumado con el elemento neutro, da como resultado el mismo número. En el caso de la adición es el cero.	$(-8) + 0 = (-8)$
<b>Elemento opuesto o inverso aditivo.</b>	Es aquel número que, al sumarse con otro, da como resultado el elemento neutro. Además, un número y su inverso aditivo tienen el mismo valor absoluto.	$(-7) + 7 = 0$

### SUSTRACCIÓN DE NÚMEROS ENTEROS.

Si  $a$  y  $b$  representan dos números enteros, entonces la sustracción entre  $a$  y  $b$  expresada como  $a - b = a + (-b)$ ; donde  $a$  es el minuendo,  $b$  el sustraendo y  $(-b)$  el opuesto del sustraendo.

Supresión de signos de agrupación. En algunas expresiones se combinan adiciones y sustracciones de

### Números enteros con signos de agrupación.

En algunas expresiones se combinan adiciones y sustracciones de números enteros con signos de agrupación.

**Recuerda que:**

Los signos de agrupación usados en matemáticas son:

$( )$  → Paréntesis  
 $[ ]$  → llave  
 $\{ \}$  → Corchete

Además, para resolver una expresión con signos de agrupación, estos deben ser eliminados de adentro hacia afuera. Para esto se resuelven las operaciones indicadas dentro de cada uno de ellos.

### MULTIPLICACIÓN Y DIVISIÓN DE NÚMEROS ENTEROS.

#### Multiplicación.

Para calcular el producto de dos números enteros, se multiplican los valores absolutos de los factores. El producto es positivo si los factores tienen el mismo signo, o es negativo si los factores tienen diferente signo.

#### PROPIEDADES DE LA MULTIPLICACIÓN DE NÚMEROS ENTEROS.

<b>Clausurativa</b>	<i>Si <math>a, b \in \mathbb{Z}</math> se cumple que <math>a \times b \in \mathbb{Z}</math></i>
<b>Conmutativa</b>	<i>Si <math>a, b \in \mathbb{Z}</math> se cumple que <math>a \times b = b \times a</math></i>
<b>Asociativa</b>	<i>Si <math>a, b, c \in \mathbb{Z}</math> se cumple que <math>(a \times b) \times c = a \times (b \times c)</math></i>
<b>Elemento neutro</b>	<i>Si <math>a \in \mathbb{Z}</math> se cumple que <math>a \times 1 = 1 \times a = a</math>, 1 es el módulo de la multiplicación</i>
<b>Elemento nulo</b>	<i>Si <math>a \in \mathbb{Z}</math> se cumple que <math>a \times 0 = 0 \times a = 0</math></i>
<b>Distributiva respecto a la suma o resta</b>	<i>Si <math>a, b, c \in \mathbb{Z}</math> se cumple que <math>a \times (b \pm c) = a \times b \pm a \times c</math></i>



## OPERACIONES COMBINADAS CON NÚMEROS ENTEROS.

Para resolver operaciones combinadas con números enteros, se sigue el siguiente orden:

1. Se resuelven las multiplicaciones y divisiones de izquierda a derecha.
2. Se resuelven las adiciones y sustracciones de izquierda a derecha.

## OPERACIONES CON SIGNOS DE AGRUPACIÓN.

Cuando hay operaciones combinadas en las que aparecen signos de agrupación, el orden para resolverlas es el siguiente.

1. Se realizan las operaciones que están dentro de los paréntesis. Si hay unos dentro de otros, se empieza por los más internos.
2. Se efectúan las multiplicaciones y divisiones de izquierda a derecha.
3. Se realizan las adiciones y sustracciones.

## DESPUES DE APRENDER

### Actividades De Transferencia Del Conocimiento

La transferencia del aprendizaje se define como la garantía de que los conocimientos y las habilidades adquiridas durante una construcción de aprendizaje sean aplicados en los contextos reales.

- El propósito es que los aprendices transfieran el 100% de sus conocimientos y habilidades de acuerdo con las funciones productivas
- Propone desarrollar actividades que propicien: Integrar el aprendizaje en diferentes ambientes y en los sistemas de trabajo y motivarlos a practicar el uso de las habilidades aprehendidas.
- Acerca al Aprendiz a situaciones de la vida real (práctica y el modelaje de situaciones o casos, solución de problemas).

Entre algunas formas de actividades se pueden citar: Talleres, prácticas de campo, resultados de desempeño, investigación-acción, profundización del conocimiento, crear, innovar, inventar, formular y solucionar hipótesis solución de problemas, entre otras.

## 4. ACTIVIDADES DE EVALUACIÓN



Tome como referencia la técnica e instrumentos de evaluación citados en la guía de Desarrollo Curricular

Evidencias de Aprendizaje	Criterios de Evaluación	Técnicas e Instrumentos de Evaluación
Evidencias de Conocimiento : Evidencias de Desempeño Evidencias de Producto:		

## 5. GLOSARIO DE TÉRMINOS

## 6. REFERENTES BIBLIOGRÁFICOS

Construya o cite documentos de apoyo para el desarrollo de la guía, según lo establecido en la guía de desarrollo curricular

## 7. CONTROL DEL DOCUMENTO

	Nombre	Cargo	Dependencia	Fecha
Autor (es)				

## 8. CONTROL DE CAMBIOS (diligenciar únicamente si realiza ajustes a la guía)

	Nombre	Cargo	Dependencia	Fecha	Razón del Cambio
Autor (es)					



## PROCESO DIRECCIÓN DE FORMACIÓN PROFESIONAL INTEGRAL FORMATO GUÍA DE APRENDIZAJE FASE DE PLANEACIÓN No 1

### 1. IDENTIFICACIÓN DE LA GUIA DE APRENDIZAJE

#### Competencias

220201501 - APLICACIÓN DE CONOCIMIENTOS DE LAS CIENCIAS NATURALES DE ACUERDO CON SITUACIONES DEL CONTEXTO PRODUCTIVO Y SOCIAL.

#### Resultados de aprendizaje

568723 - IDENTIFICAR LOS PRINCIPIOS Y LEYES DE LA FÍSICA EN LA SOLUCIÓN DE PROBLEMAS DE ACUERDO AL CONTEXTO PRODUCTIVO.

568724 - PROPONER ACCIONES DE MEJORA EN LOS PROCESOS PRODUCTIVOS DE ACUERDO CON LOS PRINCIPIOS Y LEYES DE LA FÍSICA.

568725 - SOLUCIONAR PROBLEMAS ASOCIADOS CON EL SECTOR PRODUCTIVO CON BASE EN LOS PRINCIPIOS Y LEYES DE LA FÍSICA.

568726 - VERIFICAR LAS TRANSFORMACIONES FÍSICAS DE LA MATERIA UTILIZANDO HERRAMIENTAS TECNOLÓGICAS.

### INTRODUCCIÓN

No cabe duda que el sonido juega un papel fundamental en la vida del hombre. Llamamos sonido a las ondas mecánicas que producen una respuesta del oído humano. Algunos sonidos nos parecen agradables mientras que otros no.

Nos valemos del sonido para comunicarnos, podemos distinguir a las personas por el timbre de su voz, de la misma manera que podemos diferenciar el sonido de algunos instrumentos musicales o identificamos el sonido de unos animales. Además, diferenciamos sonidos fuertes de sonidos débiles y sonidos altos de sonidos bajos.

La acústica es la física del sonido y juega un papel muy importante en la construcción de instrumentos musicales, en el diseño de auditorios y en la comprensión del funcionamiento del oído humano y la producción de nuestra voz.

#### ¿QUÉ ES EL SONIDO?

Cuando hablamos de sonido, nos referimos a la propagación de las ondas mecánicas originadas por la vibración de un cuerpo a través de un fluido o un medio elástico. Dichas ondas pueden o no ser percibidas por los seres vivos, dependiendo de su frecuencia.

Existen sonidos audibles por el oído humano y otros que solo perciben ciertas especies de animales. Se trata de ondas acústicas producidas por la oscilación de la presión del aire, que son percibidas por el oído y transmitidas al cerebro para ser interpretadas. En el caso del ser humano, este proceso es esencial para la comunicación hablada.

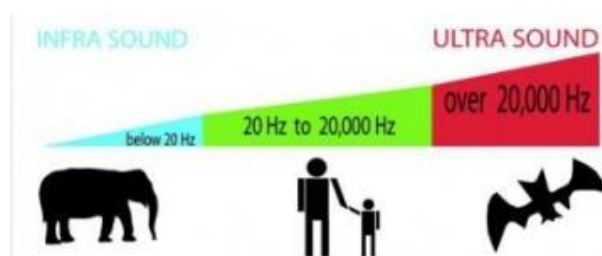


El sonido puede propagarse también en otros elementos y sustancias, líquidos, sólidos o gaseosos, pero a menudo sufriendo ciertas modificaciones. Se trata de un transporte de energía sin transporte de materia y, al contrario de las ondas electromagnéticas de la luz o la radiación, no puede propagarse en el vacío.

El sonido es estudiado por la acústica, una rama de la física y de la ingeniería. También es de sumo interés para la fonética, rama de la lingüística especializada en la comunicación oral de los seres humanos en sus distintos idiomas.

#### INFRASONIDO Y ULTRASONIDO

El rango audible del oído humano está comprendido entre 20Hz y 20.000Hz de frecuencia. Si la materia vibra con una frecuencia inferior a 20Hz o superior a 20.000Hz el oído humano no percibirá sonido.



#### Infrasonido

Es una onda sonora cuya frecuencia está por debajo del rango audible del oído humano (aproximadamente 20Hz). Es la forma en que se comunican grandes especies como el elefante, tigres o la utilizada en aparatos





como el sonar.

### Ultrasonido

Es una onda sonora cuya frecuencia está por encima del rango audible del oído humano (aproximadamente 20.000Hz). Es la forma en que se comunican especies como el murciélago, delfines o la utilizada en aparatos como los ecógrafos o radares en los aeropuertos y centros de control aéreo espacial.

### CARACTERISTICAS DEL SONIDO

El sonido puede rebotar en distintas superficies logrando efectos de eco o distorsión.

El sonido se produce cuando un cuerpo vibra, y transmite dichas vibraciones al medio circundante en forma de ondas sonoras. Éstas se desplazan expansivamente, a una velocidad promedio (en aire) de 331,5 m/s, y pueden reverberar (“rebotar”) en distintos tipos de superficies, logrando distintos efectos de eco o de distorsión, que a menudo magnifican su potencia (como en las cajas de resonancia o los parlantes).

El sonido presenta las siguientes características físicas:

**Frecuencia ( $f$ ).** Es el número de vibraciones completas por segundo que efectúa la fuente del sonido y que se transmite en las ondas. Un sonido audible por los seres humanos tendrá una frecuencia de entre 20 y

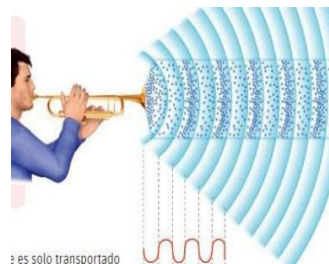
20.000 Hz. Por encima de ese rango será un ultrasonido perceptible, a lo sumo, por algunos animales.

**Amplitud.** Es la intensidad (potencia acústica), que solemos llamar «volumen». La amplitud se relaciona con la cantidad de energía transmitida por las ondas sonoras.

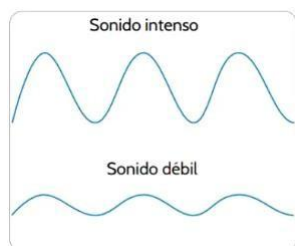
**Longitud de onda ( $\lambda$ ).** Es la distancia que recorre una onda en un período de oscilación, o dicho de otro modo, la distancia entre dos máximos consecutivos de la oscilación.

**Potencia acústica ( $W$ ).** Es la cantidad de energía emitida por las ondas por unidad de tiempo. Se mide en vatios y depende directamente de la amplitud de onda.

**Espectro de frecuencia.** Es la distribución de amplitudes, o energía acústica, para cada frecuencia de las diversas ondas que componen el sonido.



### ¿Cómo se propaga el sonido?



El sonido se propaga en líquidos, sólidos y gases, pero lo hace con mayor rapidez en los dos primeros. Esto se debe a que la compresibilidad y la **densidad de la materia** tienen efectos sobre la transmisión de las ondas: a menor densidad o mayor compresibilidad del medio, menor será la velocidad de transmisión del sonido. La temperatura también puede influir en el asunto.

Así, la propagación del sonido **no puede darse si no existe un medio material cuyas** moléculas **puedan vibrar**. Por eso, una explosión en el espacio exterior no podría ser percibida auditivamente, mientras que el sonido de la llegada de un tren, por ejemplo, nos alcanza gracias a que la onda sonora se transmite por el aire.

### CARACTERISTICAS DEL SONIDO

Los instrumentos pueden ejecutar las mismas notas, pero cada uno con su respectivo timbre.

A grandes rasgos, el sonido tiene cuatro grandes propiedades:

**Altura o tono.** De acuerdo a su **frecuencia**, los sonidos se clasifican en agudos (alta frecuencia), medios (frecuencia media) y graves (baja frecuencia). La frecuencia es lo que distingue las notas musicales entre sí.

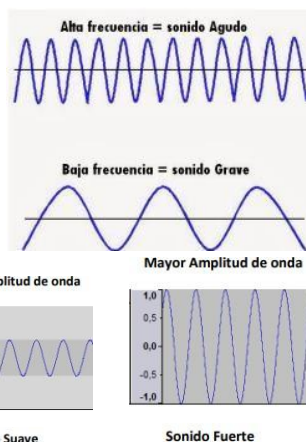
**Duración.** Es el tiempo durante el cual se mantienen las vibraciones que produce un sonido.

**Intensidad.** Es la potencia acústica (cantidad de energía por unidad de tiempo) por unidad área, y se mide en decibeles ( $db$ ). Un sonido es audible por el humano por encima de los 0  $db$ , y produce dolor por encima de los 130  $db$ .

**Timbre.** Es una cualidad que permite distinguir dos sonidos de igual frecuencia e intensidad emitidos por distintas fuentes. Como la frecuencia de un sonido, en general, no es única, sino que hay una fundamental y otras de menor intensidad, el timbre se relaciona con las intensidades y variedades de esas otras frecuencias que acompañan a la fundamental.

### Velocidad del sonido

La velocidad de propagación de una onda depende del medio en el cual se propaga, lo cual también sucede con el sonido. Por ejemplo, en el aire el sonido se propaga con una velocidad de 340 m/s en el agua a 1.450m/s, en el hierro con una velocidad de 5.100m/s, etc.







**velocidad del sonido [ ( V = 331m/seg + 0,6 m/seg °C ( t<sub>f</sub> – t<sub>0</sub>)temperatura]**

En términos generales la velocidad del sonido es mayor en los sólidos, luego en los líquidos y con menor valor en los gases. Existen algunos aviones que son capaces de superar la velocidad del sonido en el aire y por esta razón se les conoce como aviones supersónicos.

Estado	Medio	Velocidad (m/s)
Gaseoso	Aire (a 20° C)	340
	Hidrógeno (a 0°C)	1286
	Oxígeno (a 0°C)	317
	Helio (a 0°C)	972
Líquido	Agua (a 25° C)	1493
	Agua de mar (a 25°C)	1533
Sólido	Aluminio	5100
	Cobre	3560
	Hierro	5130
	Plomo	1322
	Caucho	54

La velocidad a la que se propaga el sonido depende de:

1. El medio donde se transmite.
2. Su temperatura

La velocidad del sonido en el aire está dada por la siguiente fórmula.

$$V = 331 \text{ m/s} + 0,6 \text{ m/s} \cdot T$$

Donde V es la velocidad del sonido, y T es la temperatura en °C.

Por ejemplo,

Si el aire presenta una temperatura de 47° C, ¿Cuál es la velocidad del sonido?

Reemplazamos los datos en la ecuación:

$$V: 331 \text{ m/s} + 0,6 \times 47^\circ\text{C} = 360 \text{ m/s Aprox.}$$

## 2. FORMULACION DE LAS ACTIVIDADES DE APRENDIZAJE

I. Realizar un mapa conceptual sobre el tema trabajado en la guía.

II. Realice los siguientes ejercicios (presentar el procedimiento)

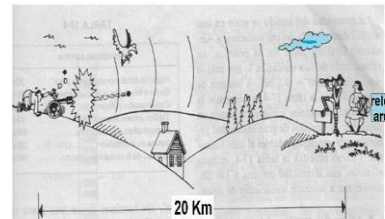
1. Durante una tempestad una persona observa un relámpago, y solamente hasta después de 10 segundos, escucha el ruido del trueno correspondiente. ¿La velocidad del sonido 20 0C cuál es? ¿A qué distancia se produjo la descarga eléctrica que provocó el relámpago y el trueno? (  $V_{\text{sonido}} = 331\text{m/seg} + 0,6 \text{ m/seg } ^\circ\text{C} (t_f - t_0) \text{ temperatura}$  ) (  $X = V_s t$  )

- A).  $V_s = 343\text{m /seg}$ ;  $X = 3430 \text{ m}$   
C).  $V_s = 343\text{m /seg}$ ;  $X = 9430 \text{ m}$

- B).  $V_s = 340\text{m /seg}$ ;  $X = 3980 \text{ m}$   
D).  $V_s = 303\text{m /seg}$ ;  $X = 5430 \text{ m}$

2. En el experimento que se muestra en la siguiente figura, ¿cuál fue, aproximadamente, el intervalo de tiempo medido por la persona que empleo el reloj de arena?  $t = X / V_s$  (velocidad del sonido 340 m/seg)

- A).  $t = 58,82 \text{ Seg}$  B).  $t = 98,82 \text{ Seg}$   
C).  $t = 79,02 \text{ Seg}$  D).  $t = 36,88 \text{ Seg}$



3. ¿Cuál es, en el aire, la longitud de onda del sonido más agudo que puede percibir el oído humano? ¿y la del sonido más grave?

- A). longitud de 16,2 mm agudo, 56200mm grave  
B). longitud de 19,2 mm agudo, 87200mm grave  
C). longitud de 17,2 mm agudo, 17200mm grave  
D). longitud de 47,2 mm agudo, 19600mm grave

4. ondas de sonido audibles 0,0172 m o 17,2mm (0,68 pulgadas), a 17,2 metros o 17200mm (56,4 pies). Una onda longitudinal, en el aire, con  $\lambda = 10\text{mm}$ , ¿sería un infrasonido, un sonido o un ultrasonido?

- A). Es un infrasonido B). Es un ultrasonido  
C). Es supersónico D). Es un petardo

5. En una audición orquestal, una flauta emite un sonido muy agudo, mientras que la tuba está emitiendo un sonido grave. ¿cuál de estos instrumentos está produciendo el sonido de mayor longitud de onda?

- A). La tuba da un sonido grave B). La tuba da un sonido agudo  
C). La Flauta da un sonido grave. D). La Flauta da un sonido agudo

6. Una flauta y un clarinete están emitiendo sonidos de la misma altura, siendo la amplitud del sonido del clarinete mayor que la del sonido de la flauta. Considere una persona situada a la misma distancia de ambos instrumentos. 6a). ¿Cuál de los dos instrumentos podrá percibir con mayor intensidad la persona?

- A). El clarinete tiene mayor intensidad B). El clarinete tiene menor intensidad  
C). La flauta tiene mayor intensidad D). La flauta tiene menor intensidad

- 6b). La frecuencia del sonido emitido por la flauta, ¿es mayor, menor o igual a la frecuencia del sonido emitido por el clarinete?

- A). La frecuencia de la flauta es mayor que la del clarinete  
B). La frecuencia de la flauta es menor que la del clarinete  
C). La frecuencia de la flauta es igual a la del clarinete  
D). La frecuencia de la flauta es un poco igual que el clarinete 6c).

¿La persona percibirá sonidos de timbre semejante o distinto?

- A). Distintos porque son instrumentos diferentes  
B). Semejantes porque son instrumentos diferentes



- C). semejantes y diferentes por momento porque son instrumentos diferentes  
D). es complicado hacer la diferencia

7. Qué explicación daría usted al hecho de que las cuerdas más gruesas de una guitarra, producen sonidos más graves que las delgadas.

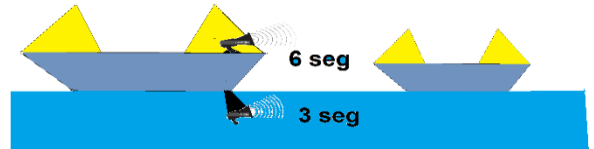
8. Una persona que está situada entre dos montañas emite un sonido, si recibe el primer eco a los 2 segundos y el siguiente a los 3 segundos, ¿cuál es la separación de las montañas? (Velocidad del sonido es 340 m/seg)

- A). La separación de las montañas es 170m  
B). La separación de las montañas es 510m  
C). La separación de las montañas es 340m  
D). La separación de las montañas es 850 m



9. Un barco emite simultáneamente un sonido dentro del agua y otro en el aire. Si otro barco detecta los sonidos con una diferencia de 3 segundos, la velocidad del sonido en el aire es 340 m / seg y en el mar 1450 m /seg ¿qué distancia separa los barcos?  $t_1 = X / V$  ;  $t_2 = x / v$  (  $t_1 - t_2 = X / 340 - X / 1450$  ) despejar la X es la respuesta

- A). Los barcos están separados 2040,43m  
B). Los barcos están separados 1340,56m  
C). Los barcos están separados 1332,43m  
D). Los barcos están separados 2060,21m

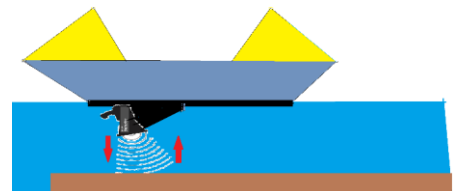


10. La longitud de onda del sonido de más baja frecuencia que puede percibir el hombre es de 17m. ¿Cuál es la frecuencia sabiendo que la velocidad del sonido equivale a 340 m/seg? ( $f = V / \lambda$ )

- A).  $f = 10 \text{ seg}^{-1}$ .      B).  $f = 7 \text{ seg}^{-1}$ .      C).  $f = 20 \text{ seg}^{-1}$ .      D).  $f = 49 \text{ seg}^{-1}$ .

11. Un barco emite un sonido dentro del agua y al cabo de 6 segundos recibe el eco del sonido que se refleja en el fondo. ¿A qué profundidad está el fondo? (La velocidad del sonido en el agua es 1450 m /seg)

- A). 4350m  
B). 5342 m  
C). 2453 m  
D). 6789 m





PROCESO DIRECCIÓN DE FORMACIÓN PROFESIONAL INTEGRAL  
FORMATO GUÍA DE APRENDIZAJE

TALLER DE ACTIVIDADES COMPLEMENTARIAS

COMPETENCIA

240201528 - RAZONAR CUANTITATIVAMENTE FRENTE A SITUACIONES SUSCEPTIBLES DE SER ABORDADAS DE MANERA MATEMÁTICA EN CONTEXTOS LABORALES, SOCIALES Y PERSONALES.

RESULTADOS DE APRENDIZAJE.

584409 - IDENTIFICAR SITUACIONES PROBLEMÁTICAS ASOCIADAS A SUS NECESIDADES DE CONTEXTO APLICANDO PROCEDIMIENTOS MATEMÁTICOS.

584410 - VERIFICAR LOS RESULTADOS DE LOS PROCEDIMIENTOS MATEMÁTICOS CONFORME CON LOS REQUERIMIENTOS DE LOS DIFERENTES CONTEXTOS.

**TEMA: ECUACIONES CON NÚMEROS NATURALES**

**INTRODUCCIÓN:**

*Las ecuaciones sirven, básicamente, para resolver problemas ya sean matemáticos, de la vida diaria o de cualquier ámbito- y, en ese caso, se dice que "el problema se ha resuelto por álgebra". A la hora de resolver un problema algebraico, es aconsejable que se sigan ciertas pautas. Un esquema posible a seguir es el siguiente:*

1. Leer y comprender el enunciado
2. Designar la incógnita
3. Plantear la ecuación
4. Resolver la ecuación
5. Discusión e interpretación de los resultados



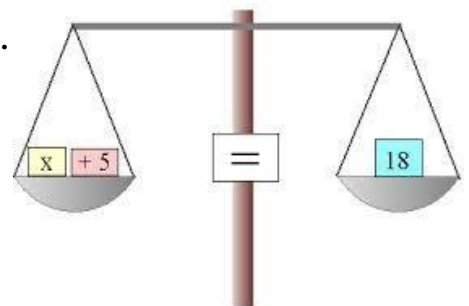
*Ante resultados no satisfactorios, es decir, cuando no se llegue a la solución o bien ésta no cuadre, se podría plantear una serie de interrogantes, como por ejemplo:*

- ¿He utilizado todos los datos?
- ¿He planteado bien la ecuación?
- ¿Está bien elegida la incógnita?
- ¿La ecuación está bien resuelta?
- Etc.

**ECUACIONES DE PRIMER GRADO CON UNA INCÓGNITA.**

*Puedes observar en la figura que los platillos de la balanza están equilibrados, de modo que se puede establecer una relación de igualdad de masas entre los objetos. Se obtiene así una ecuación. En este caso se tiene una ecuación de primer grado, es decir, en ella la incógnita tiene por exponente la unidad.*

*También lo son las siguientes:*





$$3x = 12$$

$$3m + 7 = 2m - 6$$

$$6t + 7 - 2t = 3t + 1$$

el exponente de la  $x$  es 1

el exponente de la  $m$  es 1

el exponente de la  $t$  es 1

Una ecuación es una igualdad entre letras y números relacionados por las operaciones aritméticas. Las letras en este caso se llaman incógnitas.

Una ecuación de primer grado con una incógnita es una ecuación que, después de haber realizado las operaciones indicadas, tiene una incógnita cuyo exponente es 1

En una ecuación, las incógnitas pueden tomar cualquier valor numérico. Dando valores a las incógnitas se puede comprobar si la ecuación es cierta o falsa para esos valores.

Ejemplo.

$$3x + 3 = 5x - 1$$

$$x = 1$$

Primer miembro:  $3 \cdot 1 + 3 = 6$

$$9$$

Segundo miembro:  $5 \cdot 1 - 1 = 4$

$$= 9$$

Es falsa para  $x = 1$

porque  $6 \neq 4$



$$x = 2$$

Primer miembro:  $3 \cdot 2 + 3 =$

Segundo miembro:  $5 \cdot 2 - 1$

Es cierta para  $x = 2$

ya que  $9 = 9$

Las soluciones o raíces de una ecuación son los valores que pueden tomar las incógnitas, tales que al sustituirlos en la ecuación hacen que la igualdad sea cierta.

Resolver una ecuación es hallar las soluciones o raíces de la misma.

Dependiendo de las soluciones, una ecuación puede ser:

- Compatible si la ecuación tiene soluciones. Si el número de soluciones es finito, se dice que la ecuación es compatible determinada, y si el número de soluciones es infinito, la ecuación es compatible indeterminada.
- Incompatible o imposible cuando la ecuación no tiene solución

### **ECUACIONES EQUIVALENTES. REGLAS DE EQUIVALENCIA.**

Fácilmente podemos comprobar que las ecuaciones  $x - 3 = 2$  y  $4x = x + 15$  tienen ambas por solución  $x = 5$ ; diremos que se trata de ecuaciones equivalentes.

Dos ecuaciones son equivalentes si tienen las mismas soluciones.

Para resolver una ecuación se transforma ésta en otra más sencilla que sea equivalente a la dada, es decir, que tenga las mismas soluciones. Esto se consigue utilizando las dos propiedades siguientes:



**Propiedad de la suma:** Si a los dos miembros de una ecuación se les suma o resta un mismo número o expresión algebraica, se obtiene otra ecuación equivalente a la dada.

Ejemplo:

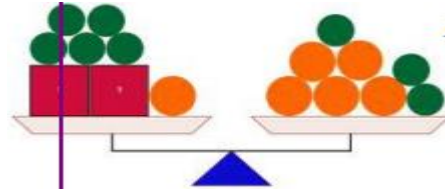
$$2x - 5 = x + 7$$

Suma 5 a los dos miembros:  $2x - 5 + 5 = x + 7 + 5$

$$2x = x + 12$$

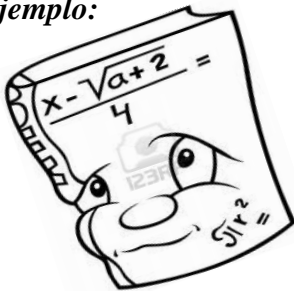
Resta x a los dos miembros:  $2x - x = x - x + 12$

La solución es:  $x = 12$



**Propiedad del producto:** Si a los dos miembros de una ecuación se los multiplica o divide por un mismo número distinto de cero, se obtiene otra ecuación equivalente a la dada.

Ejemplo:



$$3x - 7 = 41$$

Suma 7 a los dos miembros:  $3x - 7 + 7 = 41 + 7$

$$3x = 48$$

Divide por 3 los dos miembros:  $3x : 3 = 48 : 3$

La solución es:  $x = 16$

### Número de soluciones de una ecuación de primer grado.

Toda ecuación de primer grado con una incógnita se puede transformar, mediante los pasos indicados anteriormente, en otra equivalente del tipo  $ax = b$ .

Dependiendo de estos coeficientes  $a$  y  $b$ , una ecuación podrá o no, tener soluciones.

Veamos detenidamente los siguientes ejemplos.

•  $180 \quad 3x \quad x \quad 12 \Leftrightarrow -3x - x = 12 - 180 \Leftrightarrow -4x = -168 \Leftrightarrow x = 42$ . Esta ecuación tiene una única solución.

•  $7(x - 2) - 5x = 2x - 14 \Leftrightarrow 7x + 14 - 5x = 2x + 14 \Leftrightarrow 7x - 5x - 2x = 14 - 14 \Leftrightarrow 0x = 0$ . Esta ecuación tiene infinitas soluciones, siendo cualquier número real solución de la misma.

•  $2(x - 2) - 2x = 7 \Leftrightarrow 2x + 4 = 2x + 7 \Leftrightarrow 2x - 2x = 7 - 4 \Leftrightarrow 0x = 3$ . Esta ecuación no tiene soluciones.

### Número de soluciones de la ecuación de primer grado con una incógnita

1°. Se transforma la ecuación dada en una equivalente del tipo  $ax = b$ .

2°. Si  $a \neq 0$ ,  $ax = b$ , la ecuación tiene una única solución:  $x = b/a$ , luego es compatible determinada.

Si  $a$  y  $b$  son  $0$ ,  $0x = 0$ , la ecuación tiene infinitas soluciones (cualquier número real es solución), se trata entonces de una ecuación compatible indeterminada.

Si  $a = 0$  y  $b \neq 0$ ,  $0x = b$ , la ecuación no tiene solución, siendo una ecuación incompatible.





### Trabajo Práctico.

#### I.     Realice un mapa mental del tema trabajado en la guía

1- *Completa el siguiente cuadro escribiendo cada enunciado como una expresión algebraica en función de x:*

<i>El doble de un número</i>	$2x$
<i>El triple de un número</i>	
<i>Cuatro veces un número</i>	
<i>Cinco veces un número</i>	
<i>Seis veces un número</i>	
<i>La mitad de un número</i>	$x/3$
<i>La tercera parte de un número</i>	
<i>La cuarta parte de un número</i>	
<i>La quinta parte de un número</i>	
<i>La sexta parte de un número</i>	
<i>El siguiente de un número</i>	$x+1$
<i>El anterior de un número</i>	
<i>Un número par</i>	$2x$

1.- *Indica el número que falta en estas expresiones:*

a)  $24 + \underline{\quad} = 36$      b)  $15 - \underline{\quad} = 9$      c)  $12 : \underline{\quad} = 4$   
d)  $\underline{\quad} \cdot 4 = 35$

2.- *Encuentra un número que al sustituir la letra se verifique la igualdad:*

a)  $x + 2 = 6$      b)  $a - 2 = 8$      c)  $5 + x = 7$      d)  $4 + x = 10 - 2$

3.- *Halla el valor de las letras de las siguientes ecuaciones:*

a)  $x - 5 = 4$      b)  $2 - x = -4$      c)  $x + 10 = 0$      d)  $t - 3 = 1$

4.- *Resuelve la siguiente ecuación.*

$$2x + 8 = x + 25 + 8$$

5.- *Haz lo mismo del ejercicio anterior con estos*

*otros ejercicios:* a)  $3x + 23 = 2x + 59$

b)  $x + 12 = 17$      c)  $2x - 4 = x + 9$

6.- *Resuelve las siguientes ecuaciones:*

a)  $2x : 3 = 10$      b)  $3x - 4 = 24 - x$      c)  $5 \cdot x : 2 + 2 = 20 + 2$

7.- *Plantea ecuaciones correspondientes a las siguientes condiciones:*

- a) *El doble de x es cuatro*
- b) *El triple de x es 3*
- c) *Si a x se le suma 2 se obtiene 4*
- d) *Si a x le restamos 5 se obtiene 6*





8.- Resuelve las siguientes ecuaciones:

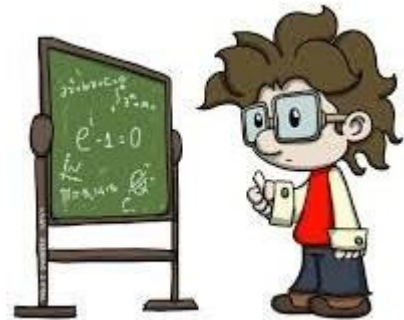
- a)  $5x + 2 = x + 10$
- b)  $1 + 3x = 2x + 7$
- c)  $2 + 7x = 4 - 3x$

9.- Resuelve las siguientes ecuaciones quitando para ello el paréntesis antes:

- a)  $3(x - 7) = 5(x - 1) - 4$
- b)  $5(2 - x) + 3(x + 6) = 10 - 4(6 + 2x)$
- c)  $3x + 8 - 5x - 5 = 2(x + 6) - 7x$

10.- Si  $x$  es un número expresa simbólicamente:

- a) Su doble.
- b) Su mitad mas su doble.
- c) Su cuádruplo.
- d) El siguiente a  $x$ .
- e) El número anterior a  $x$ .
- f) Los dos números que le siguen a  $x$ .
- g) El doble del siguiente de  $x$ .



11.- Resuelve estas tres ecuaciones:

- a)  $2(x - 5) - 10 = x - 5$
- b)  $3(x - 6) - 10 = 2(x - 5) - 4$
- c)  $5(x - 2) - 6(x - 1) = 3(2x - 4)$

13.- El doble de la edad de Lucía más 25 años es igual a la edad de su abuelo que es 51 años. ¿Qué edad tiene Lucía?

14.- Los tres lados de un triángulo equilátero vienen expresados en metros. Si su perímetro es 27 metros, halla la longitud de cada lado.

15.- Javier tiene 30 años menos que su padre y éste tiene 4 veces los años de Javier. Averigua la edad de cada uno.

16.- En una caja hay doble número de caramelos de menta que de limón y triple número de caramelos de naranja que de menta y limón juntos. En total hay 312 caramelos. Hallar cuántos caramelos hay de cada sabor.

17.- La suma de cuatro números es igual a 90. El segundo número es el doble que el primero; el tercero es el doble del segundo, y el cuarto es el doble del tercero. Halla el valor de los cuatro números.

18.- En una fiesta de fin de curso hay doble número de mujeres que de hombres y triple número de niños que de hombres y mujeres juntos. Halla el número de hombres, mujeres y niños que hay en la fiesta sabiendo que en total son 156 las personas que hay en ella.

19.- El doble de un número menos cinco es nueve. ¿De qué número se trata? 20.- La suma de dos números consecutivos es 55. ¿De qué números se trata?



PROCESO DIRECCIÓN DE FORMACIÓN PROFESIONAL INTEGRAL  
FORMATO GUÍA DE APRENDIZAJE FASE

TALLER DE ACTIVIDADES COMPLEMENTARIAS

COMPETENCIA

240201528 - RAZONAR CUANTITATIVAMENTE FRENTE A SITUACIONES SUSCEPTIBLES DE SER ABORDADAS DE MANERA MATEMÁTICA EN CONTEXTOS LABORALES, SOCIALES Y PERSONALES.

RESULTADOS DE APRENDIZAJE.

584409 - IDENTIFICAR SITUACIONES PROBLEMÁTICAS ASOCIADAS A SUS NECESIDADES DE CONTEXTO APLICANDO PROCEDIMIENTOS MATEMÁTICOS.

584410 - VERIFICAR LOS RESULTADOS DE LOS PROCEDIMIENTOS MATEMÁTICOS CONFORME CON LOS REQUERIMIENTOS DE LOS DIFERENTES CONTEXTOS.

¡¡LOS NÚMEROS IMPOSIBLES!!

¿CONJUNTO DE LOS NÚMEROS ENTEROS?

El conjunto de los números enteros surge como una necesidad de llenar algunos vacíos que existían al trabajar con los naturales: resolver sustracciones donde el minuendo es menor que el sustraendo, expresar la pérdida de dinero en un negocio, señalar temperaturas bajo cero, indicar las profundidades bajo el nivel del mar, entre otros.

El hombre visto en la imposibilidad de realizar algunas restas, crea el conjunto de los números negativos, los que en su principio se conocían como <<números deudos>> o <<números imposibles!>>. Por otro lado, el número 0 apareció en Mesopotamia hacia el siglo III AC, ubicándolo como un dígito sin contenido, una referencia para diferenciar las cantidades positivas (a la derecha del cero) de las negativas (a la izquierda del cero).

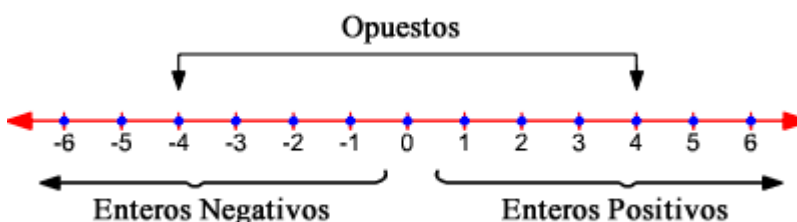
Es así que el conjunto de los números enteros por extensión puede escribirse como:

$$\{ \dots, -5, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5, \dots \}$$

El conjunto de los números enteros se denota por la letra  $\mathbb{Z}$ , el cual se conforma de la unión de tres subconjuntos  $\mathbb{Z}^- \cup \{0\} \cup \mathbb{Z}^+$ . Además debemos tener presente que  $\mathbb{Z}^+ = \mathbb{N}$ .

REPRESENTACIÓN DE LOS NÚMEROS ENTEROS EN LA RECTA NUMÉRICA.

Los números negativos se consideran como los opuestos de sus simétricos positivos y viceversa. Es así que:



ORDEN DE LOS NÚMEROS ENTEROS.





Para ordenar los números enteros se pueden considerar las siguientes aseveraciones:

- Todo número entero a la derecha del cero en la recta numérica, es positivo.
- Todo número entero a la izquierda del cero en la recta numérica, es negativo.
- Todo número entero que esté a la derecha de otro en la recta numérica, es mayor que él.
- Todo número entero que esté a la izquierda de otro en la recta numérica, es menor que él.
- Todo número negativo es menor que cero.
- Todo número positivo es mayor que cero.
- Todo número negativo es menor que cualquier número positivo.

**VALOR ABSOLUTO.**

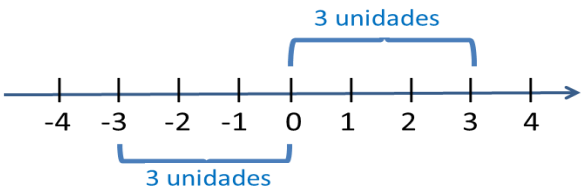
El valor absoluto de un número entero se define como la distancia en unidades de dicho número con respecto al cero.

$$|a| = \begin{cases} a, & \text{si } a \in \mathbb{Z} \\ -a, & \text{si } a \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

Ejemplos:

$$\begin{aligned} |7| &= 7 \\ |-7| &= -(-7) = 7 \end{aligned}$$

Como se observa en el ejemplo, el valor absoluto corresponde a una distancia, por lo tanto **siempre será positivo**.



ACTIVIDAD 2.  
Completa las siguientes oraciones sobre los números enteros.

a) El conjunto de los números enteros se simboliza con la letra \_\_\_\_\_.

b) Los números negativos se encuentran a la \_\_\_\_\_ del cero.

c) Los números positivos se encuentran a la \_\_\_\_\_ del cero.

d) El número 2.345 es \_\_\_\_\_ que el número -5.489.

e) El número 0 es \_\_\_\_\_ que el número -267.

f) |-24| es \_\_\_\_\_ a |24|.

g) |-15| es \_\_\_\_\_ que 0.

h) El antecesor de -9 es \_\_\_\_\_ que el sucesor de -11.

i) El antecesor de -15 es \_\_\_\_\_ que el sucesor de -14.

j) |-15| es \_\_\_\_\_ que |-20|.

k) El conjunto de los enteros se forma por la unión de 3 subconjuntos: \_\_\_\_\_ U \_\_\_\_\_ U \_\_\_\_\_



El conjunto de los números enteros se define bajo dos operaciones, las que definen la estructura de un Anillo conmutativo.

Es decir  $(\mathbb{Z}, +, \times)$  es un Anillo conmutativo:

$(\mathbb{Z}, +)$  es un grupo abeliano.

$(\mathbb{Z}, \times)$  cumple con la clausura, asociatividad, elemento neutro y conmutatividad.

$(\mathbb{Z}, +, \times)$  cumple la distributividad de  $\times$  sobre  $+$ .

1. **Adición:** La adición de números enteros define cuatro casos posibles:

$$\mathbb{Z}^+ + \mathbb{Z}^+$$

$$\mathbb{Z}^+ + \mathbb{Z}^-$$

$$\mathbb{Z}^- + \mathbb{Z}^+$$

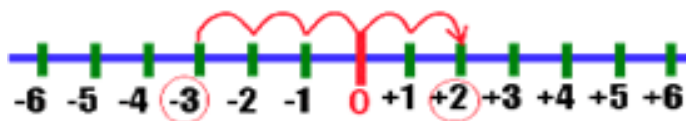
$$\mathbb{Z}^- + \mathbb{Z}^-$$

Para sumar dos números enteros se puede realizar por dos métodos:

- a) **Utilizando una recta numérica:** tomando como referencia el cero, sabiendo que las cifras positivas representan unidades a la derecha y las negativas a la izquierda, moverse tantos espacios a la derecha o izquierda como indiquen los sumandos de la suma.

Ejemplos:

$$(-3) + 5 = +2$$



- b) **Utilizando el “concepto de valor absoluto”:**

- Para sumar dos enteros con el mismo signo, hay que hallar la suma de sus valores absolutos, acompañando la suma con el signo de los sumandos.

Ejemplo:

$$5 + 3 = +(|5| + |3|) = +8$$

$$(-5) + (-3) = -(|-5| + |-3|) = -8$$

- Para sumar dos enteros con diferente signo, hay que hallar la diferencia de los valores absolutos (Mayor valor absoluto – Menor valor absoluto), acompañando el resultado con el signo del entero que tiene mayor valor absoluto.

Ejemplo:

$$(-5) + 3 = -(|-5| - |3|) = -2$$

$$5 + (-3) = +(|5| - |-3|) = +2$$

### Propiedades de la Adición de enteros.

Los enteros con la adición definen las propiedades de:

- a) Clausura: La suma de dos enteros siempre es un entero.

Ejemplo:

$$(-5) \in \mathbb{Z}, 2 \in \mathbb{Z} \Rightarrow (-5) + 2 = -3 \in \mathbb{Z}$$

- b) Asociatividad: Si sumamos más de dos enteros, el orden de agrupar los sumandos no altera la suma.

Ejemplo:

$$(-5) \in \mathbb{Z}, 2 \in \mathbb{Z}, (-3) \in \mathbb{Z} \Rightarrow ((-5) + 2) + (-3) = (-5) + (2 + (-3))$$

- c) Elemento Neutro Aditivo: para todo número entero, existe un único entero que sumado con cualquiera de los números, da como resultado el mismo número entero. En el conjunto de los números enteros, el Cero es el Elemento Neutro Aditivo.

Ejemplo:



$$(-7) \in \mathbb{Z}, 0 \in \mathbb{Z} \Rightarrow (-7) + 0 = 0 + (-7) = (-7)$$

- d) Elemento Inverso Aditivo: Cuando se suman dos números con signos opuestos pero igual valor absoluto el resultado es cero y se considera que uno es el inverso aditivo del otro.

Ejemplo:

$$10 \in \mathbb{Z}, (-10) \in \mathbb{Z} \Rightarrow 10 + (-10) = (-10) + 10 = 0$$

- e) Conmutatividad: el orden de los sumandos no altera la suma.

Ejemplo:

$$10 \in \mathbb{Z}, (-90) \in \mathbb{Z} \Rightarrow 10 + (-90) = (-90) + 10$$

### ACTIVIDAD 3.

Utilizando la recta numérica, resuelva las siguientes adiciones de enteros:

$+7 + +4 = \square$	
$-7 + +4 = \square$	
$+7 + -4 = \square$	
$-7 + +4 = \square$	

### ACTIVIDAD 4.

Utilizando el “concepto de valor absoluto”, resuelva las siguientes adiciones de enteros:

a)  $-5 + 12 =$

b)  $-18 + 7 =$

c)  $-9 + -9 =$

d)  $15 + 9 =$

e)  $-12 + -7 =$

f)  $8 + -4 =$

*Observación:*

La **sustracción** no es una operación binaria definida. Para realizar la resta de enteros se debe sumar el minuendo con el inverso aditivo del sustraendo.

Ejemplos:



$$\begin{aligned}8 \in \mathbb{Z}, (-10) \in \mathbb{Z} &\Rightarrow 8 - (-10) = 8 + 10 \\(-9) \in \mathbb{Z}, 5 \in \mathbb{Z} &\Rightarrow (-9) - 5 = (-9) + (-5) \\7 \in \mathbb{Z}, 10 \in \mathbb{Z} &\Rightarrow 7 - 10 = 7 + (-10) \\(-18) \in \mathbb{Z}, (-12) \in \mathbb{Z} &\Rightarrow (-18) - (-12) = (-18) + 12\end{aligned}$$

- La resta de dos enteros resulta un número entero.
- La sustracción de enteros **NO es conmutativa**.

#### ACTIVIDAD 5.

Resuelve cada ejercicio en forma ordenada.

a)  $|2| + |3| =$

b)  $|-2| + |-3| =$

c)  $8 - |-3| =$

d)  $|3| - 2 =$

e)  $|-8| + 2 =$

f)  $|-4| - |-5| =$

g) Si  $A = -32 + 73 + 94$  y  $B = -27 + 62 + 31 + 28 - 72$ , ¿Cuál es el valor de  $A + B$ ?

h) Si  $A = -2 - 35 + 24 + -37$  y  $B = -9 - 25 + 17 + -32$ , ¿Cuál es el valor de  $A - B$ ?

2. **Multiplicación:** Para multiplicar dos números enteros se multiplican sus valores absolutos y el resultado se deja con signo positivo si ambos factores son del mismo signo o se le pone el signo negativo si los factores son de signos contrarios. Es decir:



$$\begin{aligned} +3 * +6 &= +18 \\ +3 * -6 &= -18 \\ -3 * +6 &= -18 \\ -3 * -6 &= +18 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} + * + &= + \\ + * - &= - \\ - * + &= - \\ - * - &= + \end{aligned}$$

### Propiedades de la Multiplicación de Enteros.

Los enteros con la multiplicación definen las propiedades de:

- a) Clausura: El producto de dos enteros siempre es un entero.

Ejemplo:

$$(-5) \in \mathbb{Z}, 2 \in \mathbb{Z} \Rightarrow (-5) * 2 = -10 \in \mathbb{Z}$$

- b) Asociatividad: Si multiplicamos más de dos enteros, el orden de agrupar los factores no altera el producto.

Ejemplo:

$$(-5) \in \mathbb{Z}, 2 \in \mathbb{Z}, (-3) \in \mathbb{Z} \Rightarrow ((-5) * 2) * (-3) = (-5) * (2 * (-3))$$

- c) Elemento Neutro Multiplicativo: para todo número entero, existe un único entero que multiplicado con cualquiera de los números, da como resultado el mismo número entero. En el conjunto de los números enteros, el Uno es el Elemento Neutro Multiplicativo.

Ejemplo:

$$(-7) \in \mathbb{Z}, 1 \in \mathbb{Z} \Rightarrow (-7) * 1 = 1 * (-7) = (-7)$$

- d) Conmutatividad: el orden de los factores no altera el producto.

Ejemplo:

$$10 \in \mathbb{Z}, (-9) \in \mathbb{Z} \Rightarrow 10 * (-9) = (-9) * 10$$

*Observación:*

La **división** no es una operación binaria definida. Debemos tener presente que la división se considera posible, en los enteros, solo si el resto es cero. Para dividir dos números enteros, se dividen sus valores absolutos y el resultado se deja con signo positivo si el dividendo y el divisor son de igual signo o se le pone signo negativo si el dividendo y el divisor son de signos opuestos.

$$\begin{aligned} + : + &= + \\ + : - &= - \\ - : + &= - \\ - : - &= + \end{aligned}$$

### Algoritmo de la división de Enteros.

Si la división de dos enteros tiene resto distinto de cero, se dice que el cociente no pertenece a los enteros, sin embargo el dividendo se puede escribir como la suma del resto con el producto entre el cociente y el divisor. Es decir:

$$\begin{array}{r} 20 : 8 = 2 \\ -16 \\ \hline 4 \end{array} \Rightarrow 20 = 4 + (2 * 8)$$

#### ACTIVIDAD 6.

Resuelve las siguientes multiplicaciones de enteros.

a)  $5 * -9 =$



#### ACTIVIDAD 8.

Utilizando el Algoritmo de la división de enteros resuelve los siguientes ejercicios.

a)  $26 : 7 =$



ACTIVIDAD 9.

Completa cada tabla con el resultado de la operación que se indica.

a)

+	-30	-17	35	40	-12	-25
-15						
-4						
-19						
23						
32						

ACTIVIDAD 10.

Resuelve en tu cuaderno los siguientes ejercicios combinados.

a)  $32 - 19 + 43 - 18 + 35 - 53 =$

b)  $16 + 5 - 26 + 3 - 6 - 14 =$

c)  $-12 - 26 - 9 + 15 - 10 - 20 - 36 + 2 - 1 =$



**LEY DE CANCELACIÓN ADITIVA Y MULTIPLICATIVA EN LOS ENTEROS.**

$$a + c = b + c \Rightarrow a = b$$



$$a * c = b * c \Rightarrow a = b$$







$$\begin{aligned}x + (-5) &= 17 \\x + (-5) + 5 &= 17 + 5 \\x + 0 &= 22\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}4x &= 20 \\4x &= 4 * 5 \\x &= 5\end{aligned}$$

#### ACTIVIDAD 11.

Resuelve en tu cuaderno las siguientes ecuaciones.

a)  $5x - 2x - 8 = x + 3x + 5$

$x = \underline{\hspace{2cm}}$

b)  $2x - 45 = x + 57$

$x = \underline{\hspace{2cm}}$

c)  $3(2x + 1) = 5x + 4$

$x = \underline{\hspace{2cm}}$

d)  $3(x - 5) + 2(x + 7) = 4(x - 1)$

$x = \underline{\hspace{2cm}}$

#### POTENCIAS DE BASE ENTERA Y EXPONENTE NATURAL.

Una potencia es la forma abreviada de escribir la multiplicación de un número por sí mismo una cierta cantidad de veces. Una potencia se compone de dos elementos llamados base de la potencia y exponente de la potencia.

$$\underbrace{a * a * a * a * \dots * a}_{n \text{ veces } a} = a^n, \quad a \in \mathbb{Z}, n \in \mathbb{N}$$

$a$  es la base de la potencia y  $n$  el exponente de la potencia.

- La **base** es el factor que se repite la cantidad de veces que lo indica el exponente.
- El **exponente** indica el número de veces que debe multiplicarse la base por sí misma.

Ejemplos:

1)  $4^2 = 4 * 4 = 16$

2)  $(-2)^3 = (-2) * (-2) * (-2) = -8$

3)  $(-3)^4 = (-3) * (-3) * (-3) * (-3) = 81$

Observaciones:

- Las propiedades de las potencias en los enteros son las mismas que en los naturales.
- Si la base de una potencia es negativa y el exponente es par, entonces el signo del resultado de la potencia es positivo.
- Si la base de una potencia es negativa y el exponente es impar, entonces el signo del resultado de la potencia es negativo.

#### ACTIVIDAD 12.

Aplicando las propiedades de las potencias, resuelve los siguientes ejercicios de potencias.

a)  $5^3 =$

b)  $(-7)^3 =$

c)  $-1^{20} =$



### ACTIVIDAD 13.

Considerando el conjunto de los números enteros. Indica si cada afirmación es Verdadera (V) o Falsa (F).

- a) \_\_\_\_\_ La suma de dos enteros consecutivos cualesquiera es siempre un entero positivo.
- b) \_\_\_\_\_ La suma de dos enteros negativos cualesquiera es siempre un entero negativo.
- c) \_\_\_\_\_ 6 es el resultado de la suma de los enteros  $(-4)$  y  $10$ .
- d) \_\_\_\_\_ 0 es mayor que cualquier número negativo.
- e) \_\_\_\_\_ La suma de un número negativo y un número positivo siempre es 0.
- f) \_\_\_\_\_ La diferencia de dos enteros negativos siempre es un entero negativo.
- g) \_\_\_\_\_  $(\mathbb{Z}, *)$  posee estructura de grupo.
- h) \_\_\_\_\_  $\mathbb{Z} \subset \mathbb{N}$
- i) \_\_\_\_\_ La sustracción de números enteros no es asociativa.
- j) \_\_\_\_\_ El producto de dos enteros positivos siempre es un entero positivo.
- k) \_\_\_\_\_ El cociente de dos enteros negativos siempre es un entero positivo.

### ACTIVIDAD 14.

Sin desarrollar el ejercicio, escribe el nombre de la propiedad que corresponda en cada caso.

- |          |                                     |
|----------|-------------------------------------|
| a) _____ | $6 + -3 = -3 + 6$                   |
| b) _____ | $-4 + 0 = -4$                       |
| c) _____ | $(-2 + 6) + 5 = -2 + (6 + 5)$       |
| d) _____ | $-7 * 10 + 90 * -7 = -7 (10 + 90)$  |
| e) _____ | $23 * 1 = 23$                       |
| f) _____ | $16 (-10 * 15) = (16 * -10) * 15$   |
| g) _____ | $(-27 + 15) * 18 = 18 * (-27 + 15)$ |



### ACTIVIDAD 15.

Resuelve los siguientes problemas en tu cuaderno y responde las preguntas.

- a) Si la suma de dos números enteros  $a + b$  es 28 y la diferencia de ellos  $a - b$  es 4, entonces ¿Cuál es el valor de la expresión  $a * b$  ?

Respuesta: \_\_\_\_\_

- b) La diferencia entre dos números enteros es 8. Si se añade 2 al mayor, el resultado será el triple del menor. ¿Cuáles son los números enteros?

Respuesta: \_\_\_\_\_

- c) Cuatro números impares consecutivos suman 40, ¿Cuánto suman el mayor con el menor?

Respuesta: \_\_\_\_\_

- d) ¿Qué número sumado con 12 da como resultado el triple del mismo número?

Respuesta: \_\_\_\_\_

- e) Un fin de semana, un padre da \$7.290 a sus dos hijos. Al mayor le entrega el doble de lo que recibió el menor. ¿Cuánto dinero recibe cada uno?

Respuesta: \_\_\_\_\_

- f) Una madre tiene el triple de la edad de su hijo, menos 1 año. En dos años más la madre tendrá el doble de la edad de su hijo más nueve años. ¿Cuál es la edad del hijo?

Respuesta: \_\_\_\_\_

- g) La suma de dos números es 106 y el mayor excede al menor en 8. ¿Cuáles son los números?

Respuesta: \_\_\_\_\_

- h) La suma de tres números es 200. El mayor excede al del medio en 32 y al menor en 65, ¿Cuáles son los números?

Respuesta: \_\_\_\_\_

- i) Si al doble de un número se le suma 5, resulta 5 veces el número, menos 10, ¿Cuál es el número?

### ACTIVIDAD 16.

Sabiendo que  $a = -2$ ,  $b = -3$ ,  $c = -1$  y  $d = 2$ . Calcule el valor numérico de las siguientes expresiones.

a)  $a + b + c - ac =$

b)  $2a + 2b - 3c =$

c)  $-2 * \{a - 5 * [c - bd]\} =$

d)  $a^3 - 3 a^2 b + 3 a b^2 - b^3 =$



**ACTIVIDAD 17.**  
Resuelve en tu cuaderno las siguientes inecuaciones. Escribe el conjunto solución por comprensión y por extensión.

- a)  $x + 8 < 10$
- b)  $x - 7 \geq -10$
- c)  $3x + 2 \leq 5x + 10$
- d)  $15 \geq 5x - 6 - 2x$
- e)  $4x - 8 - x \leq 3x - 8 + 5x$
- f)  $18 - 4x < -30$
- g)  $12x + 8 < 15x - 19$

**ACTIVIDAD 18.**  
Completa los cuadrados mágicos. Recuerda que cada fila, cada columna y cada diagonal deben sumar la misma cantidad.

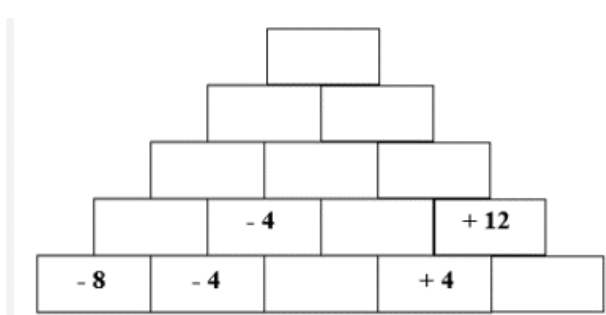
-8		-11
		0
		2

5		
	1	
10		-3

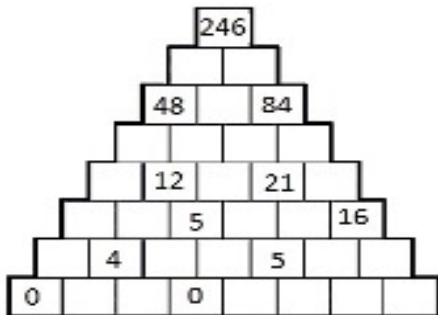
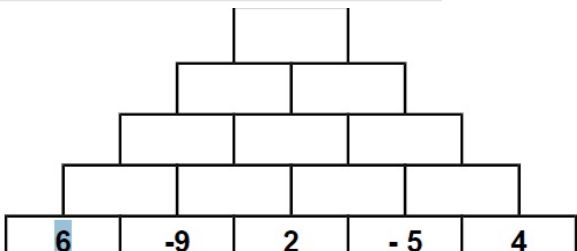
-8		
	-5	
-4		-2

-8		
	-5	
-4		-2

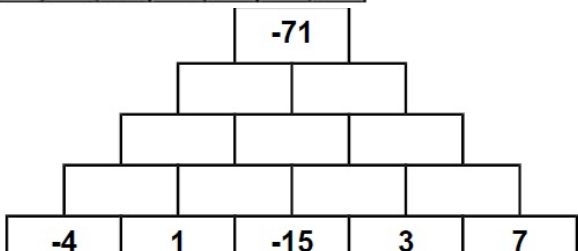
**ACTIVIDAD 19.**  
Completa cada pirámide de ladrillos respetando la regla que se indica.



a)



b)





ACTIVIDAD 20.  
Con los números -5, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2 y 3, completa el siguiente cuadrado mágico.

25		5		2		5		4		8		9		3	=	31
----	--	---	--	---	--	---	--	---	--	---	--	---	--	---	---	----

20		4		5		4		8		2		14		4	=	16
----	--	---	--	---	--	---	--	---	--	---	--	----	--	---	---	----